

# Математическое моделирование социальных процессов

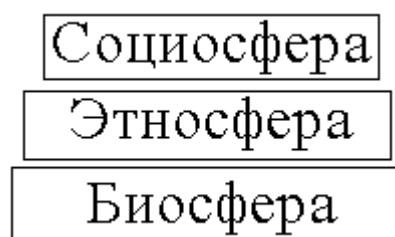
[А.А. Лантеев](#)

*Омский государственный университет*

## Введение

При изучении социальных процессов одной из самых интересных проблем является проблема предсказания будущего того или иного общества (При написании параграфов 1 и 2 было использовано учебное пособие А.К.Гуца [3]). Неоднократно проваливались самые различные попытки дать более или менее точный прогноз грядущих событий. Методика составления прогнозов опиралась на традиции гуманитарных наук и поэтому базировалась либо на узком наборе явлений и фактов, либо на конкретной теории, не способной обрабатывать данные так, как это делает математика. Важным отличием математического способа обработки данных является то, что результат получается в ходе долгих формальных вычислений, лишенных самостоятельного смысла. Он, как правило, непредсказуем (за исключением тривиальных случаев) и, следовательно, объективен. Субъективность может проявиться на предварительном этапе построения математической модели, но математический анализ следствий модели беспристрастен и объективен. Истори применения математики в естественных науках показывает, что большинство тонких результатов, полученных математическим путем, никогда бы не стали достоянием человеческого разума, если бы не использовались отстраненные формальные и абстрактные процедуры. Именно этот подход отсутствовал у ученых в прошлом.

Достаточно распространено мнение, что процессы, протекающие в обществе, в отличие от физических или химических, очень сложны, многогранны, и поэтому их строгое математическое описание дело почти безнадежное. Тем не менее наша цель - построение математической модели глобальных социальных процессов. Под глобальным процессом понимается процесс, проявление которого становится заметным на больших отрезках времени в несколько сотен лет. Напротив, локальные процессы сказываются через месяцы или через несколько лет. Фактор действий отдельного человека более проявляется на коротком отрезке времени, а на больших временных интервалах на первое место выходят системные связи, законы развития общества в целом. Поэтому можно попытаться математически описать то, что в меньшей степени задействует качества человеческой психики - глобальные социальные процессы, когда лишен смысла вопрос о победе той или иной политической партии, но закономерен вопрос о судьбе общества, поворотах в его истории, его культуре, состоянии окружающей его природной среды. В этой работе мы будем использовать следующую структурную схему общества:



На нижнем геобиотическом уровне общество людей представляет собой подсистему экологической системы, живущей, в основном, за счет энергии Солнца и участвующую в обмене биомассой с другими подсистемами данного уровня. Единое земное общество при этом может разбиваться на местные, региональные подобщества, которые отличаются друг от друга типом потребляемой пищи (биомассы), темпами прироста или смертности популяции и уровню промышленных загрязнений. Данное общество лучше называть *популяцией*. Математическая модель этого уровня описана в книге В.Крапивина, Ю.Свирижева, А.Тарко [14].

На втором этническом уровне общество - это уже коллектив индивидов, способных к единым неосознанным действиям и характеризующихся одинаковыми неосознанными ответными реакциями на внешние воздействия, то есть вполне определенным стереотипом поведения, порожденным ландшафтными (региональными) условиями местожительства. Такое общество называется *этносом*. Данный уровень описан в теории этногенеза Л.Н.Гумилева [1, 2]. Л.Гумилев ввел понятие пассионарности с помощью которого описал поведение подсистем этноса: пассионариев, гармоничных людей, субпассионариев, организации, культуры и искусства, науки и техники, ландшафта. Математическая модель этноса описывается системой дифференциальных уравнений, которая построена профессором А.К.Гуцом [3, 4, 5, 6, 7, 8]. На основе этих уравнений проводилось компьютерное моделирование на предмет согласования выводов, сделанных в рамках данной математической модели и утверждений самого Л.Н.Гумилева о ходе этногенеза [9].

На третьем социальном уровне мы имеем дело с *обществом* в самом распространенном смысле этого слова. В данной работе предложена математическая модель данного уровня, построенная на основе теории общества американского социолога Т.Парсонса [17, 18, 19](1).

Очевидно, что существуют более высокие уровни -- например, *психосфера*. Они должны иметь важное значение при анализе локальных кратковременных социальных процессов, либо при анализе роли гениев об историческом развитии того или иного народа.

В данной работе мы также будем использовать теорию цикличности, которая является одной из интерпретаций мирового исторического процесса. Эта теория утвердилась на рубеже XIX-XX века в Европе работами О.Шпенглера [26], Арн.Тоинби [23], Н.Данилевского [10] и других. По их мнению, каждое общество проходит определенные стадии развития, роста, надлома и разложения. С расширением культурного горизонта возобладало представление о многообразии культурных типов. Н.Я.Данилевский выделил 10 типов, А.Тоинби - 21 цивилизацию.

Русские экономисты являются основателями теории циклической динамики общества. Н.Д.Кондратьев в 30-х годах XX века на основе большого массива статистических данных и математического моделирования социально-экономических процессов пришел к выводу, что каждые полвека большие циклы экономической конъюнктуры сменяют друг друга [13]. Каждый такой цикл в свою очередь является элементом "векового" цивилизационного цикла, меняющегося через 200-300 лет. Н.Кондратьев считал, что данная закономерность позволяет более обоснованно прогнозировать тенденции в развитии экономики, назревание кризисов. В настоящее время этот подход развивается под руководством академика Ю.В.Яковца [27]. Теория циклов рассматривается как инструмент социально-экономического предвидения. В рамках исторических суперциклов рассматриваются закономерности и тенденции изменений технологии, экономики, социально-политической сферы. История человечества предстает в виде лестницы, по ступеням которого поднимается человек. Данная точка зрения имеет право на существование наряду с теорией многовариантности развития.

## Социальная система

Социальная система -- это универсальный способ организации общественной жизни, который возникает в результате взаимодействия социальных действий на базе диктуемых социальных ролей. Она объединяется в упорядоченное и самосохраняющееся целое образцами норм и ценностей, обеспечивающих взаимозависимость частей системы и интеграцию целого.

### Социальное действие

Люди в своей жизни постоянно действуют, совершают поступки. Поэтому вводится понятие социального действия. *Социальное действие* -- это действие человека внешнего или внутреннего характера, которое предполагает, что действующий индивид или индивиды связывают с ним субъективный смысл и которое соотносится с действием других людей и ориентируется на него. Содержание действия образуют структуры и процессы, на основе которых люди формируют и реализуют осмысленные намерения (слово "осмысленный" предполагает символический (культурный) уровень смыслового представления и описания). [17, с.94]

Рассмотрим социальное действие как систему и охарактеризуем систему действия через отношения составляющих ее подсистем.

Система социальных действий анализируется Т.Парсонсом в терминах следующих функциональных характеристик составляющих ее четырех подсистем (см. Схему 1):

- 1) **поведенческий организм** служит для адаптации к окружающей физической природной среде;
- 2) **этническая система** предназначена для формирования главных, "руководящих" или контролируемых этнических образцов;
- 3) **система личности** служит ориентации на достижение цели;
- 4) **социальная система** направлена на достижение внутренней интегрированности (солидарности).

Подсистемы системы социального действия

Функция в системе действия	Подсистемы действия	
	Ядро	Внутренняя среда
Поддержание образца		Этническая система
Интеграция	Социальная система	
Достижение цели		Система личности
Адаптация		Поведенческий организм

Схема 1.

Действительно, каждый человек представляет собой:

- 1) биологический организм;
- 2) субъект некоторого этноса (подсознание);
- 3) личность;
- 4) член общества (сознание).

Поясним сказанное.

1. Принадлежность к определенному видовому типу, а именно, общие типовые характеристики больших человеческих групп образуют органическую основу социального действия. Это социальное действие направлено на *адаптацию к влиянию окружающей физической природной среды*, рассматриваемой в широком смысле, то есть не связанной ни с каким социальным действием.

2. Входя в этнос, человек становится носителем вполне определенного поведения, то есть действия, смысл которого определяется (и становится поэтому понятным) окружающей человека этнической (культурной) средой. Факторы, обуславливающие стереотип поведения, усваиваются на этническом уровне в процессе научения через условный рефлекс подражания (сигнальная наследственность), а на социальном -- в процессе обучения (социализации, [22, Глава 4]), при котором важнейшую роль играют символически организованные этнические образцы. Эти образцы создаются в процессе этногенеза и формируются, главным образом, в рамках подсистем организации и культуры этноса. Будем называть их *этническими*. Они отличаются длительным существованием на протяжении многих поколений и поэтому способны придавать системе социальных действий высоко устойчивые структурные опоры, соответствующие генетически заложенным свойствам вида. Отметим, что в американской социологии вместо слова "этнический" используется слово "культурный"[22, Глава 2]. По существу, эти понятия практически совпадают (например, Т.Парсонс выделяет три основных момента в определении культуры: передаваемость в поколениях, обучаемость и общепринятость [18]). Поэтому их можно отождествлять (см. [17, с.95], [22, с.97-98]).

Этнические образцы подвергаются на социальном уровне институцированию, то есть закреплению посредством возникающих в системе действий институтов управления, власти. Будем называть их, следуя Парсонсу, *институциональными этническими образцами*. Их источником является *система этноса*, являющаяся, по сути дела, подсистемой системы социальных действий.

3. Каждый человек, подвергаясь научению в определенной этническо-культурной среде, имеет вполне определенный стереотип поведения. Но его организм, его окружение (физическое, этническое и социальное) всегда уникальны. Поэтому его собственная поведенческая система -- система личности, является уникальным вариантом культуры этноса и присущих ей образцов действия. Личность ориентирована на достижение целей по отношению к окружающей среде. Следовательно, *система личности* -- самостоятельная подсистема системы социальных действий, не сводимая ни к организму, ни к этнической системе.

Описанию четвертой подсистемы и построению математической модели посвящена эта работа.

### **Социальная система**

Люди взаимодействуют друг с другом, и хотя развитие социальных отношений связано с личностными характеристиками взаимодействующих индивидов, с этническими образцами (стереотипами поведения). Процесс социального взаимодействия образует четвертую подсистему системы социальных действий -- *социальную систему*. При ее анализе на первый план выступает процесс интеграции (солидарности), столь необходимый социальным отношениям из-за внутренней расположенности к конфликту и дезорганизации.

Интеграция это "такие структуры и процессы, посредством которых отношения между частями социальной системы ... либо упорядочиваются способом, обеспечивающим гармоническое их функционирование в соответственных связях друг с другом в системе, либо, наоборот, не упорядочиваются, причем тоже каким-нибудь определенным и объяснимым способом"[20, с.59].

Главное для людей -- это решение проблемы порядка в обществе(2).

*Социальная система* -- это система отношений индивидов, подсистема системы социальных действий. Для ее анализа также применим системный подход, рассматривающий четыре подсистемы (*социетальное сообщество, систему поддержания институциональных этнических образцов, политическую и экономическую системы*), их функциональное назначение и взаимосвязи. Приведем схему Парсонса (Схема 2.), изображающую подсистемы социальной системы (общества), ее среды и функции.

**Схема 2. Социетальное сообщество и его среды**

Внутренние социетальные функции	Среды социетального сообщества		Функции в общей системе действия
	Внутренние	Внешние	
Поддержание образца	Система поддержания институциональных этнических образцов	Этническая система	Поддержание образца
Интеграция	Социетальное сообщество		Интеграция
Достижение цели	Политическая система	Система личности	Достижение цели
Адаптация	Экономическая система	Поведенческий организм	Адаптация

## Общество

*Общество* -- это тип социальной системы (среди всего универсума социальных систем), который как система достигает по отношению к окружающим его пяти средам (три внутренних и две внешних) наивысшего уровня самодостаточности. Самодостаточность общества является функцией от сбалансированной комбинации механизмов контроля над отношениями общества с этими пятью средами, а также от степени его собственной внутренней интеграции.

Контролирующие факторы образуют иерархию. Система с более высоким уровнем информации, но с низким энергетическим уровнем контролирует высокоэнергетические системы с относительно низким уровнем информации.

Система культуры и искусства (этнос), соотносясь с высшей реальностью, преобразует *нормативные образцы* в ценностные ориентации, относящиеся к окружающему физическому миру, организмам, личностям и социальным системам.

Этническая система "становится механизмом, через который общественная система функционирует и приобретает стабильность... ". При этом она "дает толчок социальным изменениям, способствует эволюции всей системы"[20, с.32].

Физическая среда создает условия функционирования, но не организует их. Физические, природные факторы не контролируются, к ним человек должен адаптироваться.

Следовательно, социальная система контролируется (в рамках данной теории) только этническими факторами, поэтому при построении модели мы будем увязывать ее напрямую только с составляющими этногенеза(3).

## **Социетальное сообщество**

Проблема интеграции общества -- сохранение устойчивости, внутреннего единства, солидарности. Данная функция осуществляется институтами социального контроля посредством создания и поддержания общих норм и ценностей. Ядром общества как системы является структурированный (особо организованный) *нормативный порядок*. С его помощью организуется коллективная жизнь населения.

Единый коллектив, деятельность которого основана на объединении людей, сознательно принимающих нормативный порядок, называется *социетальным сообществом*.

Многие из этих норм, "навязанных" коллективу, предполагают контроль за их соблюдением, например, через полицейские функции и различные репрессивные и другие санкции.

Основная функция подсистемы "Социетальное сообщество" -- интеграции людей(4). Она осуществляется через поддерживающие устойчивость сцепления охраняемые и контролируемые факторы.

По мере развития сообщества происходит видимое разделение, разобщение людей через общественное разделение труда. Однако, как показал Дюркгейм, специализируясь, разобщаясь по сферам узкой трудовой деятельности, люди все более нуждаются в особой интеграции, названной им *органической солидарностью* [11]. Эта солидарность организуется посредством *кооперативного* или *реститутивного права*. Последнее включает право собственности, семейное, договорное, коммерческое, процессуальное, административное и конституционное. Естественно, предполагаются соответствующие *реститутивные санкции*, то есть меры по восстановлению прежнего правового, имущественного и т.д. состояния.

Значимость реституции и органической солидарности на социальном уровне определяется степенью развитости политической системы общества (государственной гарантией выполнения реститутивных санкций). Принятие нормативного порядка сообществом зависит от его *легитимности*. Об этом в следующем пункте.

## **Подсистема поддержания институциональных этнических образцов**

*Легитимация порядка* -- это его признание, поддержка со стороны населения. Система легитимации определяет основания для разрешений и запретов.

"Правильно" то, что делается в соответствии с *институционализированным порядком*, то есть порядком, закрепленным соответствующими институтами власти. Сама власть также требует легитимации.

Объединение людей в сообщество происходит прежде всего на этническом уровне ("... Лишь с формированием культурного образца, особенно оценочного ориентира, в социальной структуре обеспечивается взаимное соединение личности, социальной системы и культуры"[20, с.35]). На этом же уровне есть понятие организации этноса, в которой закреплен стереотип поведения членов этноса, его структура, нравы, обычаи, иными словами, образцы поведения ("Образцы социального действия -- нормы, правила того, как должен вести себя человек в обществе, какие цели он должен ставить перед собой и какими средствами может их добиваться"[20, с.58]). Поскольку социальные формы развиваются параллельно и, отчасти, независимо от этнических форм, то многие этнические образцы поведения подвергаются *институализации*.

Эти *институциональные этнические образцы* легитимны по своему происхождению и образуют *подсистему поддержания институциональных этнических образцов* ("... Эти образцы создаются индивидуальными исполнителями и распространяются в социальной системе благодаря диффузии, а среди личностей -- благодаря процессу обучения"[20, с.21]). Говоря о поддержании, мы имеем в виду систему мер, законов и так далее, защищающих эти образцы поведения со стороны действующей власти.

Нормативный порядок для своей легитимации требует соотнесенности с этническими образцами поведения (главным образом доминирующего этноса). В этом заключается основа взаимоотношений общества с этнической системой.

"Процесс повышения степени общности образца тем не менее часто встречает серьезное сопротивление, поскольку приверженность различных групп ценностному образцу часто выступает в форме приверженности какому-то его конкретному содержанию, соответствующему более низкому уровню общности. Подобное сопротивление может быть названо *фундаментализмом*". [17, с. 116]

Общество нуждается в системе поддержания институциональных образцов поведения, ибо это его этническая основа. Это *коллективное сознание* общества, если выразиться языком Дюркгейма, то есть то, что склеило, объединило людей в сообщество в момент зарождения этноса или суперэтноса. Оно ослабевает, распадается по мере развития общества, в процессе раскрепощения индивидуальных сознаний членов общества, что тесно связано с разделением общественного труда.

Коллективное сознание связано с понятием *механической солидарности* [11] членов сообщества, с их едиными социальными действиями, опирающимися на организацию (структуру) суперэтноса, нравы, мораль, религию и т.д., характерные для данного суперэтноса. Все это на уровне институционализации является собой *уголовное право* общества. Государство защищает его посредством *репрессивных санкций*.

## **Политическая система**

*Политическая система* служит по Парсонсу обеспечению достижения общих целей. Политическая система состоит из государства (Государство -- это управляющая, контролирующая, карающая (полицейская) функция политической системы), политических партий и общественных организаций, лоббизма, политической элиты (Политическая элита общества -- люди; они образуют органы власти, а также составляют оппозицию. Это меньшинство общества, обладающее монополией на власть) и политической культуры (Политическая культура -- социально-исторический опыт людей, влияющий на формирование ценностей и на их политическое поведение (взаимоотношения субъектов политического процесса друг с другом, с политической системой в целом)).

Будем характеризовать политическую систему через ее отношения с другими системами: социальным сообществом, системой поддержания культурных образцов, экономической системой.

Чтобы власть имела хоть какую-то общественную значимость, ее требования должны быть "узаконены" и зафиксированы в системе "нормативно-директивных" отношений, обеспечивающих ее устойчивость [20, с.79].

Политическая система на начальном этапе обособляется от социального сообщества в силу того, что необходимо институализировать, придать особый статус таким параметрам услуг, которые может предложить системе личность, как ответственность за координацию коллективных действий (лидерство, авторитет личности), компетентность и профессионализм.

## **Экономическая система**

*Экономическая система* определяет степень адаптации общества к окружающей физической среде; степень выживания людей, где первичным является обеспечение людей пищей и жильем. "Экономика есть та часть общественной структуры, где производятся и распределяются материальные продукты, необходимые членам общества"[20, с.43]. Она служит для включения технологических процедур в социальную систему, а также для контроля за ними в интересах общества. Важным (интегрирующим) элементом здесь являются институты собственности, договорных отношений и регулирования условий занятости, что предполагает управление со стороны государства. Экономика стремится ослабить влияние политической системы и системы поддержания ценностных (этнокультурных) образцов [17, с.118].

Прогресс общества связан с усилением адаптивных возможностей. Последнее определяется ростом разделения общественного труда и ослаблением роли традиций [17, с.115], то есть этнических образцов, наличием минеральных ресурсов, капиталовложений и сельхозинвестиций.

## **Математическая модель социогенеза**

В основе предлагаемой модели социогенеза лежит схема описания общества, принадлежащая Т.Парсонсу. Парсонс выделяет составляющие ее подсистемы: социальное сообщество, систему поддержания институциональных этнических образцов, экономическую и политическую систему, которые были подробно описаны во втором разделе. Им сопоставим соответственно уровни: интеграции=органической солидарности **К**, интеграции=механической солидарности **Д**, адаптации к окружающей природной среде **Е** и обеспечения достижения общих целей **Г**. Динамику изменения данных уровней опишем дифференциальными уравнениями.

Переход от формального описания подсистем общества к некоторым, казалось бы, абстрактным математическим функциям (и к динамике этих функций) вполне согласуется с теорией Т.Парсонса, т.к. "понятие *функция* используется в структурном функционализме Парсонса в его математическом значении: этим понятием обозначаются формы такой зависимости между величинами, при которой изменение одних (аргументов) сопровождается изменением других величин (переменных)"[20, с.51].

Если изучается динамика величины **X**, в левой части уравнения пишется вначале ее скорость изменения во времени в момент **t**, а затем знак равенства, т.е.



$$\frac{dX}{dt}(t) =$$

В правой части по очереди выписываются потоки непосредственно связанные с составляющими системы, причем перед потоком ставится знак "+", если поток содействует развитию X, и со знаком "--", если сдерживает развитие. Также мы постараемся учесть периодичность в историческом процессе. Для этого мы применим теоремы, показывающие, что система имеет периодическое решение (5).

## Описание системы

В ходе построения модели были получены несколько систем (учитывались разные факторы и разные определения управляющего параметра), но почти во всех решениях не было периода. В качестве управляющего параметра (он нужен для исследования цикличности) возьмем уровень *Пассионарного напряжения* (характеристику этноса), так как социальная система контролируется (в рамках нашей теории) только этническими факторами. По определению Л.Н.Гумилева *Пассионарное напряжение* -- пассионарность, приходящаяся на одного члена общества (6). "Качественные характеристики *пассионарного напряжения* следует рассматривать как некую усредненную оценку представителей этноса"[2, с.123].

Построим систему так, что бы при достижении какого-то уровня *Пассионарного напряжения* ( $P$ ) система, потеряв устойчивость стационарного равновесия, обретала новое циклическое состояние (примерно через 70-100 лет после начала отсчета).

Политическую, экономическую систему, социетальное сообщество и систему поддержания институциональных этнических образцов будем описывать функциями  $G(t)$ ,  $E(t)$ ,  $K(t)$  и  $D(t)$  соответственно, возрастание которых означает усиление интегрирующих общественных сил, а их убывание - ослабление.

Развитие **политической системы** опишем уравнением:

$$\frac{dG}{dt} = G_G + G_E + G_K$$

где:

$$G_G = k_{GG}(e^{\delta P - \delta_1} - 1) \cdot G$$

-- степень реакции властей на отклонение от общественного строя; вклад правительства в строительство основ государственности; учет инерционности в развитии.

$$G_E = k_{GE} e^{-\mu E + \mu_1} \cdot E$$

-- усилия людей по укреплению политического режима за счет экономики ("...Экономика возлагает, в некотором роде, на политическую систему ответственность за мобилизацию ресурсов"[20, с.79]). Степень этих усилий определяется условиями жизни, т.е. уровнем развитости экономики.

$$G_K = k_{GK}(P - P_1)(K + D)G$$

-- поддержка политической системы обществом ("...Власть требует "Узаконивания"[20, с.73].), легитимация власти (при достаточном уровне *Пассионарного напряжения* ( $P > P_1$ )).

Динамика **экономики** описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{dE}{dt} = E_E - E_G - E_K$$

где:

$$E_E = k_{EE}(e^{\delta P - \delta_1} - 1) \cdot E$$

-- усилия людей по развитию экономики (чем больше Пассионарного напряжение  $P$ , тем более действенны эти меры, причем на начальном этапе эти меры сказываются отрицательно, так как  $e^{\delta P - \delta_1} - 1 < 0$ , а далее позитивно  $e^{\delta P - \delta_1} - 1 > 0$ ).

$$E_G = k_{EG} e^{-\eta G + \eta_1} \cdot G$$

-- ограничения на экономику ("... Экономика стремится отделиться ... и от политической системы"[17, с.118]), накладываемые политикой (чем более развита политическая система, тем меньше ограничений, т.к. политическая система уже менее нуждается в экономической подпитке).

$$E_K = k_{EK}(P - P_2)(K + D)E$$

-- ограничения на экономику (при  $P > P_2$ ) накладываемые традицией и нормативным порядком ("... Экономика стремится отделиться ... также от тех аспектов системы поддержания образца, которые связаны с родством"[17, с.118]), и некоторый толчок (поддержка) в начале развития (при  $P < P_2$ ).

Динамику **социетального сообщества** опишем следующим уравнением:

$$\frac{dK}{dt} = K_G - K_K - K_D$$

где:

$$K_G = k_{KG}(G^2 + E^2)$$

-- контроль за соблюдением нормативного порядка, борьба государства с преступлениями против порядка, реститутивные санкции [11], кооперативное право (чем сильнее государство и чем больше адаптация к окружающей среде (экономика), тем сильнее контроль(7)).

$$K_K = k_{KK} e^{-\gamma K + \gamma_1} \cdot K \cdot P$$

-- потери при действиях направленных на поддержку авторитета традиции, легитимации устанавливаемого нормативного порядка (при достаточно высоком уровне  $K$  затраты незначительны).

$$K_D = k_{KD} \cdot D^2$$

-- нормативный порядок требует соотнесенности с этническими образцами ("Поддержание нормативного порядка требует ... согласованности с поведенческими ожиданиями"[17, с.106]); сопротивление традиции; фундаментализм.

Развитие **системы поддержания институциональных этнических образцов** опишем уравнением:

$$\frac{dD}{dt} = D_G - D_D - D_K$$

где:

$$D_G = k_{DG} \cdot G^2$$

-- контроль за образцами поведения (Политическая система решает задачи по "эффективному контролю за ... индивидуальной мотивацией членов общества"[20, с.30]),

борьба государства с уголовными преступлениями, репрессивные санкции, уголовное право.

$$D_D = k_{DD} e^{-\omega D + \omega_1} \cdot D \cdot \mathcal{P}$$

-- затраты на поддержание авторитета традиции, легитимации устанавливаемого нравственного порядка (при достаточно высоком уровне  $D$  эти затраты минимальны).

$$D_K = k_{DK} \cdot K^2$$

-- соотносённость с нормативным порядком.

Таким образом, мы получили систему:

$$\begin{cases} \frac{dG}{dt} = k_{GG}(e^{\delta \mathcal{P} - \delta_1} - 1)G + k_{GE} e^{-\mu E + \mu_1} \cdot E + k_{GK}(\mathcal{P} - \mathcal{P}_1)(K + D)G \\ \frac{dE}{dt} = k_{EE}(e^{\delta \mathcal{P} - \delta_1} - 1)E - k_{EG} e^{-\eta G + \eta_1} \cdot G - k_{EK}(\mathcal{P} - \mathcal{P}_2)(K + D)E \\ \frac{dK}{dt} = k_{KG} \cdot (G^2 + E^2) - k_{KK} e^{-\gamma K + \gamma_1} \cdot K \cdot \mathcal{P} - k_{KD} \cdot D^2 \\ \frac{dD}{dt} = k_{DG} \cdot G^2 - k_{DD} e^{-\omega D + \omega_1} \cdot D \cdot \mathcal{P} - k_{DK} \cdot K^2 \end{cases} \quad (1)$$

## Исследование системы. Проверка на наличие бифуркации

Для исследования полученной системы воспользуемся алгоритмом исследования системы обыкновенных дифференциальных уравнений (на наличие бифуркаций и анализа устойчивости) приведенным в книге Б.Хэссарда [25, с.63-65].

Исследуем систему (1) при помощи теоремы Андронова-Хопфа ([16, с.85], [25, с.19]) :

**Теорема.** Пусть  $\dot{x} = F(x, \mu)$   $n$ -мерная система дифференциальных уравнений ( $x \in R^n$ ), зависящая от действительного параметра  $\mu$ , которая допускает аналитическое семейство  $x \equiv 0$  состояний равновесия, т.е.  $F(0, \mu) = 0$ . При  $\mu = 0$  матрица  $F_x(0, \mu)$  имеет два чисто мнимых собственных значения  $\pm i\omega_0$ . Пусть  $\alpha(\mu) + i\omega(\mu)$  является продолжением по параметру собственного значения  $i\omega_0$  (т.е.  $\alpha(0) = 0, \omega(0) = \omega_0 > 0$ ) и  $\alpha'(0) \neq 0$ . Остальные  $n - 2$  собственных чисел имеют строго отрицательные вещественные части. Тогда существуют периодические решения  $x(t, \mu)$  периода  $T(\mu)$ .

В качестве параметра  $\mu$  у нас выступает *Пассионарное напряжение* ( $\mathcal{P}$ ).

Пусть  $k_{GG} = k_{EE}$ .

Тогда в положении равновесия при  $\mathcal{P} = 0$  матрица Якоби имеет следующие собственные числа:

$$\lambda_{1,2} = k_{GG}U \pm i\sqrt{k_{GE}k_{EG}}\sqrt{e^{\mu_1}e^{\eta_1}}, \quad \lambda_3 = -k_{KK}\mathcal{P}e^{\eta_1}, \quad \lambda_4 = -k_{DD}\mathcal{P}e^{\omega_1}$$

Проверим выполнение условий теоремы Андронова-Хопфа.

1) Собственные числа  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  комплексно

сопряжены,  $Re \lambda_1(\mathcal{P}) = k_{GG}(e^{\delta \mathcal{P} - \delta_1} - 1) = 0$  при  $(\delta \mathcal{P} - \delta_1) = 0$ . Выберем  $\delta_1$  так (предполагается, что  $\delta$  уже задана), чтобы бифуркация рождения цикла была при

определенном уровне параметра  $\mathcal{P}$  (обозначим его через  $\mathcal{P}_0$ ). Тогда  $\delta_1 = \delta\mathcal{P}_0$ .

$$2) \operatorname{Re}\lambda_1'(\mathcal{P}_0) = k_{GG}\delta e^{\delta\mathcal{P}_0 - \delta_1} = k_{GG}\delta \neq 0.$$

$$3) \operatorname{Im}\lambda_1(\mathcal{P}_0) = \sqrt{k_{GE}k_{EG}}\sqrt{e^{\mu_1}e^{\eta_1}} \neq 0.$$

$$4) \operatorname{Re}\lambda_3(\mathcal{P}_0) = -k_{KK}\mathcal{P}_0 e^{\eta_1} < 0, \operatorname{Re}\lambda_4(\mathcal{P}_0) = -k_{DD}\mathcal{P}_0 e^{\omega_1} < 0.$$

Значит все условия теоремы Андронова-Хопфа выполнены,  $\mathcal{P}_0$  -- точка бифуркации рождения цикла. Другими словами, при  $\mathcal{P} > \mathcal{P}_0$  система теряет устойчивость прежнего стационарного равновесия, и появляется цикл в развитии общества. Закритичность бифуркации (т.е. появление цикла при  $\mathcal{P} > \mathcal{P}_0$ ) следует из исследования устойчивости решения (см. далее). Заметим, что меняя коэффициенты, мы можем устанавливать определенную величину периода.

### Исследование устойчивости системы

Устойчивость периодического решения определяется следующими условиями на коэффициенты:

$$\mathcal{P}_0 \geq \mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_2; \quad k_{GK} \leq k_{EK}; \quad (3)$$

$$k_{KK} = k_{DD}; \quad \gamma_1 = \omega_1; \quad (4)$$

$$k_{KG}\left(1 - \frac{k_{EG}}{k_{GE}} \frac{e^{\eta_1}}{e^{\mu_1}}\right) + k_{DG} < 0. \quad (5)$$

Таким образом, мы получили условия ((3),(4) и (5)) на коэффициенты исследуемых уравнений при которых решение будет **устойчиво**. (Более подробно см. в работе "Математическая модель социальных процессов"//Математические структуры и моделирование, Вып 2. 1998г, ОмГУ, Омск.)

### Компьютерное моделирование

При проведении численного исследования параметр  $\mathcal{P}$  (см. Рис. 1) берем из модели этногенеза.

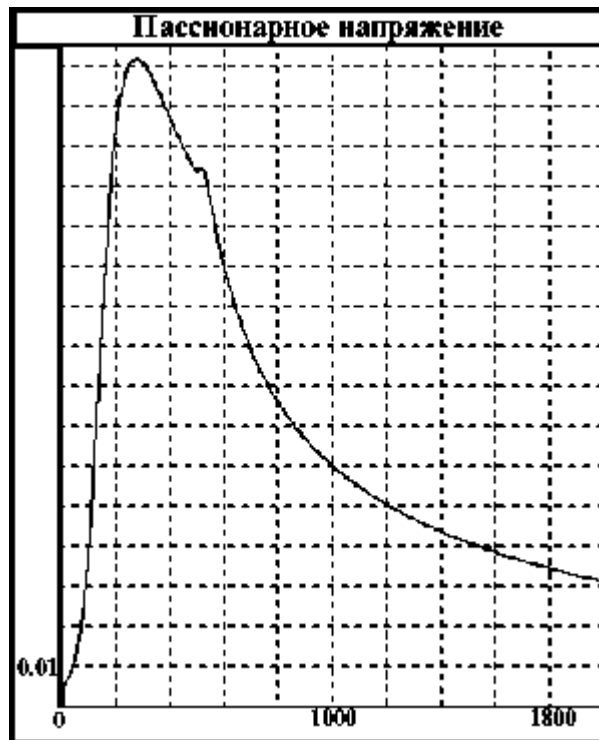


Рис. 1.

В качестве  $P_0$  берем такое значение *Пассионарного напряжения* этноса так, чтобы со временем параметр не становился меньше  $P_0$ .

В результате мы получили график решения системы (1) (см. Рис. 2).

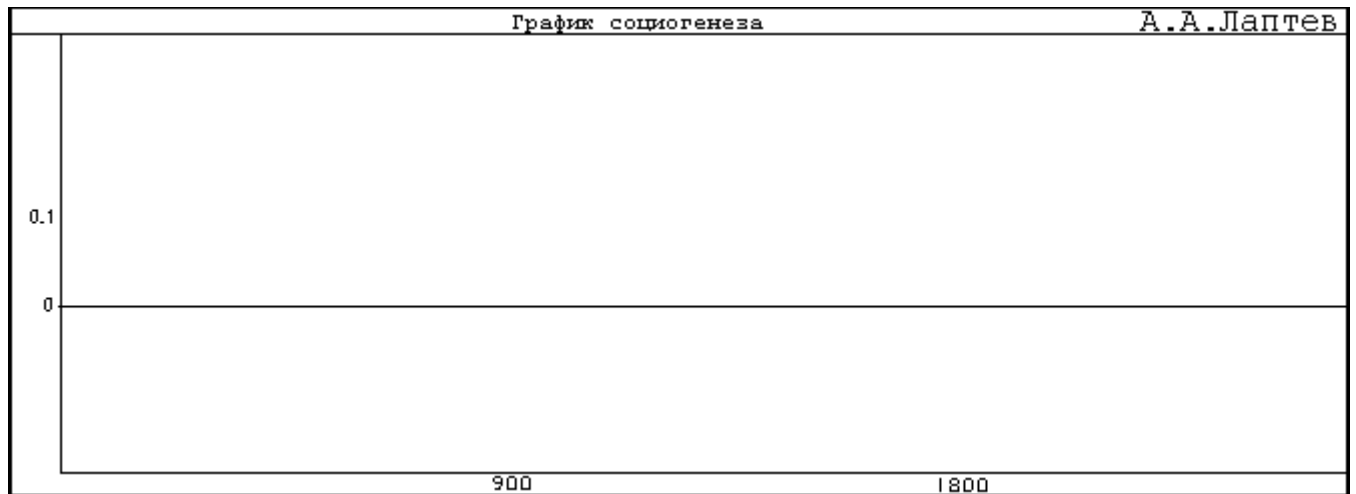


Рис. 2

Здесь

■	Социетальное сообщество
■	Поддержание образцов
■	Экономическая система
■	Политическая система
■	Пассионарное напряжение

**Коэффициенты:**  $k_{GG} = 0.05, k_{GE} = 0.07, k_{GK} = 0.01; k_{EE} = 0.05, k_{EG} = 0.15, k_{EK} = 0.01; k_{KG} = 0.08, k_{KK} = 0.07, k_{KD} = 0.07; k_{DG} = 0.08, k_{DD} = 0.07, k_{DK} = 0.01; \delta = 0.1, \delta_1 = 0.001; \mu = 0.01, \mu_1 = 0.01; \eta = 0.01, \eta_1 = 0.01; \gamma = 0.1, \gamma_1 = 0.01; \omega = 0.1, \omega_1 = 0.01; P_0 = 0.011, P_1 = 0.01, P_2 = 0.01; G|_{t=0} = 0, E|_{t=0} = 0.1, K|_{t=0} = 0.01, D|_{t=0} = 0.$

**Условия (3)-(5) выполнены.**

### **Устойчивость социальной системы**

Предсказание эволюции общества -- это лишь предсказание состояния, в котором *может* пребывать общество. В нашем случае мы предсказываем, решая систему дифференциальных уравнений. В какой мере можно утверждать, что социальная система поведет себя именно так, а не иначе? Строя и исследуя модель, мы изолировались от внешних воздействий и фиксировали некоторое начальное состояние, которое, в принципе, нельзя точно получить. Здесь изначально закладываются неточности и погрешности. Значит необходимо установить насколько близки к одному предсказанию эволюционной траектории другие возможные эволюционные траектории, которые получаются либо при закладывании несколько иных, но близких, начальных данных, либо при учете внешних воздействий на социальную систему [3, с.141]. Также необходимо выяснить возможность изменения коэффициентов при исследовании модели, то есть надо посмотреть устойчива система или нет. "Саму эволюционную траекторию можно рассматривать как *равновесие*. Переход от одной эволюционной траектории к другой -- это смена равновесий. Непредсказуемая смена равновесий -- это бифуркация или катастрофа. Интуитивно ясно, что социальная система, если уж и подвергнется бифуркации, то, "побродив" исторически короткий отрезок времени, рано или поздно окажется в устойчивом равновесии"[3, с.142].

Необходимо отметить, что вопросу о стабильности (устойчивости) общества уделяется большое внимание в социологии. Так, например, Парсонс пишет, что "термин <стабильность> эквивалентен более специфическому понятию стабильного равновесия, которое в другом отнесении может быть как статичным, так и подвижным. Система стабильна или находится в относительном равновесии, если отношение между ее структурой и процессами, протекающими внутри нее, и между ней и окружением таково, что свойства и отношения ... оказываются неизменными"[18, с.465]. Также Т.Парсонс говорит о требовании наивысшей степени автономности общества среди других социальных систем, которые могут реализовывать различные социальные образования в разные исторические периоды [20, с.30].

При исследовании системы (1) мы установили, что появляется цикл в развитии общества и что новое циклическое состояние общественного равновесия устойчиво (при определенных условиях на коэффициенты).

Для проверки устойчивости с помощью компьютерного моделирования будем изменять коэффициенты и начальные данные и посмотрим как изменится вид графика решения. На Рис 3. изображено решение системы (1) в уменьшенном масштабе (относительно Рис.2).

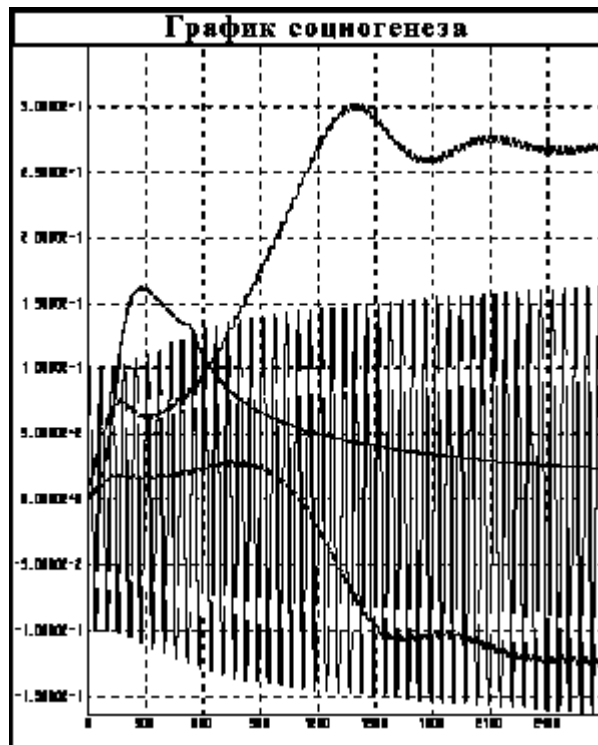


Рис. 3

Сначала "пошевелим" начальные данные на небольшую величину ( $G|_{t=0}=0, E|_{t=0}=0.15, K|_{t=0}=0.015, D|_{t=0}=0.05$ ). Видно, что общий вид решения практически не изменился (Рис.4). Следовательно можно сделать вывод, что мы можем менять начальные условия достаточно свободно.

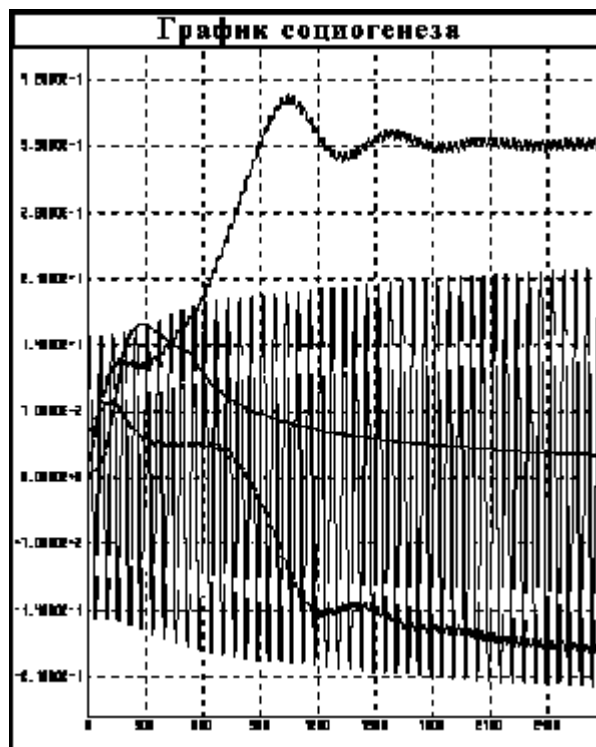


Рис.4

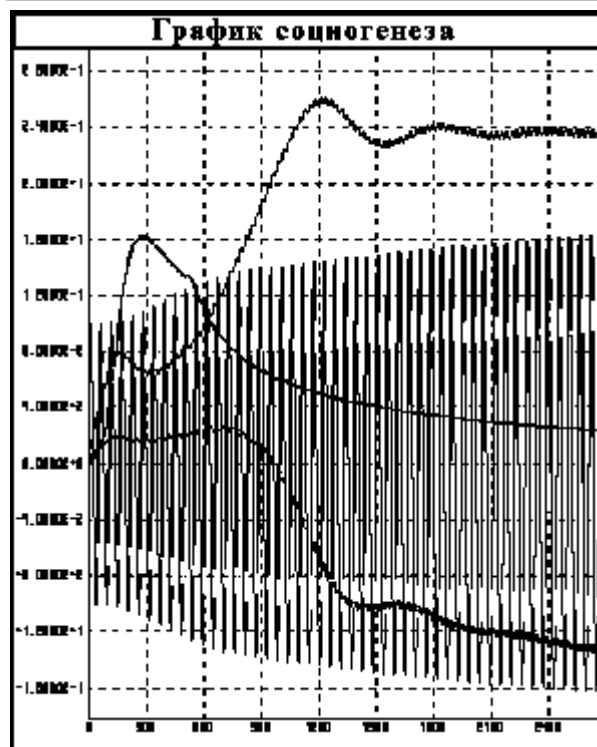


Рис.5

Изменив коэффициенты (8) правой части системы (1) мы получили график, изображенный на Рис.5. Решение ведет себя точно так же, как и решение исходной системы. Это результат говорит, что решение устойчиво относительно возмущений правой части. Это дает возможность достаточно произвольно выбирать коэффициенты и при это получать разные модели социальных систем.

## Заключение

В работе исследована теория общества американского социолога Т.Парсонса. Исходя из нее, построена система из 4-х дифференциальных уравнений, описывающих социальную систему. Система исследована на наличие бифуркации и устойчивости. Выяснено, что



система имеет периодическое решение при определенных значениях параметра (пассионарного напряжения этноса), которое устойчиво при некоторых условиях на коэффициенты. Компьютерное моделирование показало, что решение периодическое и устойчивое. Полученные результаты согласуются с социологической теорией.

При построении математической модели социогенеза и проведении ее компьютерного моделирования мы исходили из теории Т.Парсонса и теории циклического развития экономической и политической систем общества, сделанных Н.Кондратьевым [13], Ю.Яковцом [27] и др. Для доказательства работоспособности предложенной математической модели социогенеза исследовали характер полученных кривых  $K(t)$ ,  $D(t)$ ,  $G(t)$ ,  $E(t)$ . Но с чем их сравнить? В случае этногенеза А.К.Гуц сравнивал с "экспериментальными кривыми". В нашем случае таких кривых нет.

Социальная система не статична, а постоянно в движении, то есть, достигнув некоторого уровня, кривые периодически колеблются около этого уровня с постоянной амплитудой. Из Рис.2 видно, что социальная система через некоторое время приходит к равновесию. Начальные данные мы задаем их произвольно (близкими к нулю, т.к. в начале эволюции все подсистемы еще не развиты). Нуль по оси ординат можно считать относительным понятием, просто он задает некоторый уровень, время (в годах) по оси абсцисс также относительно. Характерный рост (до стабилизации) графика *социетального сообщества* объясняется тем, что в начале развития нормы и ценности только укореняются в сознании людей, а потом, когда в обществе устанавливаются абсолютные ценности и нормы, их трудно изменить. Падение уровня системы *поддержания институциональных образцов* обусловлено ослаблением коллективного сознания общества в процессе раскрепощения индивидуальных сознаний членов общества. *Экономическая и политическая системы* предопределены начальными данными и колеблются возле первоначального уровня (амплитуда изменения *политической системы* несколько меньше чем у *экономической системы*).

**Таким образом, в результате построения получилась простейшая модель социальных процессов с устойчивым периодическим решением. Считаем, что данный подход на современном уровне исследований имеет право на существование.**

### **Примечания:**

1. Толкотт Парсонс (1902-1979) -- американский социолог-теоретик, создатель теории действия и системно-функциональной школы в социологии. [Назад](#)
2. Социальная система, - пишет Парсонс, - покоится на функциональной потребности к порядку [20, с.43]. [Назад](#)
3. Несомненно, биосфера (поведенческий организм) влияет на социальную систему, но в построенной модели мы пока не будем учитывать ее воздействие. [Назад](#)
4. Интеграция -- это процесс объединения, сцепления разнородных элементов в единое целое. [Назад](#)
5. В этих теоремах требуется непрерывность правых частей и это, в какой-то степени, предопределяет вид уравнений. [Назад](#)
6. *Пассионарность как энергия* -- это избыток биохимической энергии живого вещества (людей), подавляющий в человеке инстинкт самосохранения и определяющий способность к целенаправленным сверхнапряжениям. *Пассионарность как характеристика поведения* -- эффект избытка биохимической энергии живого вещества (людей), порождающий способность к самопожертвованию ради (часто) иллюзорной цели. "[3, с.65] [Назад](#)
7. "Государство гарантирует выполнение реститутивных санкций; экономика определяет жизненный уровень населения, что способствует нормальному отпращиванию государством

своих репрессивных функций". [3, с.120] [Назад](#)

8.

$k_{GG}=0.055, k_{GE}=0.075, k_{GK}=0.015; k_{EE}=0.055, k_{EG}=0.155, k_{EK} = 0.015; k_{KG} = 0.085, k_{KK} = 0.075, k_{KD} = 0.075; k_{DG} = 0.085, k_{DD} = 0.075, k_{DK} = 0.015; \delta = 0.1, \delta_1 = 0.001; \mu = 0.01, \mu_1 = 0.01; \eta = 0.01, \eta_1 = 0.01; \gamma=0.1, \gamma_1=0.01; \omega=0.1, \omega_1=0.01; \mathcal{P}_0=0.011, \mathcal{P}_1=0.01, \mathcal{P}_2=0.01; G|_{t=0}=0, E|_{t=0}=0.1, K|_{t=0}=0.01, D|_{t=0}=0.$

Условия (3)-(5) выполнены. [Назад](#)

### **Список литературы:**

- [1] Гумилев Л.Н. Этногенез и биосфера Земли. -- М.: "Мишель и К", 1993.
- [2] Гумилев Л.Н. География этноса в исторический период.// Звезда, 1990, N2.
- [3] [Гуц А.К. Глобальная этносоциология: Учебное пособие. -- Омск, ОмГУ, 1997.](#)
- [4] Гуц А.К. Математическая модель этногенеза // Ученый совет мат. фак. ОмГУ. - Деп.в ВИНТИ 20.07.94, N 1885 -- В94. -- 18с.
- [5] Гуц А.К. Математическое моделирование этногенетических процессов // Ученый совет мат. фак. ОмГУ. - Деп.в ВИНТИ 21.10.96, N 3100 -- В96. -- 15с.
- [6] Гуц А.К. Математическая модель социогенеза// Второй сибирский Конгресс по прикладной и индустриальной математике. Тезисы докладов. Секция практики математического моделирования. -- Новосибирск, Ин-т математики, 1996. С.7.
- [7] Гуц А.К. Математическая модель социогенеза // Ученый совет мат. фак. ОмГУ. - Деп.в ВИНТИ 21.10.96, N 3101 -- В96. -- 12 с.
- [8] Гуц А.К., Лаптев А.А. Рождение циклов в развитии политической и экономической систем вследствие ослабления режимов власти. // Циклы природы и общества. -- Ставрополь, 1996.
- [9] Гуц А.К., Коробицын В.В. Компьютерное моделирование этногенетических процессов. // Ученый совет мат. фак. ОмГУ. - Деп. в ВИНТИ 24.09.97, N2903 -- В97. -- 23 с.
- [10] Данилевский Н.Я. Россия и Запад. -- М.: Книга, 1991.
- [11] Дюркгейм Э. О разделении общественного труда. Метод социологии.-- М.:Наука, 1991.
- [12] Капитонов Э.А. Социология XX века. -- Ростов-на-Дону, 1996.
- [13] Кондратьев Н.Д. Избранные сочинения. -- М.: Экономика, 1993.
- [14] Крапивин В.Ф., Свирижев Ю.М., Тарко А.М. Математическое моделирование глобальных биосферных процессов. -- М.: Наука, 1982.
- [15] [Лаптев А.А.](#) Математическое моделирование этносоциальных процессов. // Ученый совет мат. фак. ОмГУ. - Деп. в ВИНТИ 24.09.97, N2904 -- В97. -- 26 с.
- [16] Марсден Дж., Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. -- М.: Мир, 1983.
- [17] Парсонс Т. Понятие общества: компоненты и их взаимоотношения. // Тезис. -- Т.1, N.2. -- С.94--122.
- [18] Парсонс Т. Функциональная теория изменения // Американская социологическая мысль. -- М.: Изд-во МГУ, 1994, сс.464-480.
- [19] Парсонс Т. Система координат действия и общая теория систем действия: культура,

личность и место социальных систем // Американская социологическая мысль. -- М.: Изд-во МГУ, 1994, сс.448-464.

[20] Посконин В.В. Социально-политическая теория Т.Парсонса: методологический аспект. -- Ижевск: Изд-во Удмурт. ун-та, 1994.

[21] Посконин В.В. Правопонимание Толкотта Парсонса. -- Ижевск: Изд-во Удмурт. ун-та, 1995.

[22] Смелзер Н. Социология. -- М.:Феникс, 1994.

[23] Тойнби А.Дж. Постижение истории. -- М.: Прогресс, 1991.

[24] Терехин М.Т. Бифуркация систем дифференциальных уравнений: Учебное пособие к спецкурсу. -- М., 1989.

[25] Хэссард Б. Теория и приложения бифуркации рождения цикла. -- М.: Мир, 1985.

[26] Шпенглер О. Закат Европы. -- М.: Мысль, 1991.

[27] Яковец Ю.В. История цивилизаций. -- М.: ВладДар, 1995.