

Федеральное агентство по образованию  
ВОСТОЧНО-СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

И.В. АНТОХОНОВА

МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ  
СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКИХ  
ПРОЦЕССОВ

*Рекомендовано*

*Учебно-методическим объединением  
по образованию в качестве учебного пособия*

для студентов высших учебных заведений, обучающихся

по специальности 061700 "Статистика",

*061800 "Математические методы в экономике" и другим  
экономическим специальностям*

Издательство ВСГТУ  
Улан-Удэ, 2005

УДК 338.27(075.8)  
ББК 65.23Я73  
А 726

Печатается по решению редакционно-издательского совета Восточно-Сибирского государственного технологического университета

Рецензенты:

член-корреспондент Российской академии наук, зав. кафедрой статистики и эконометрики Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов

**И.И.Елисеева ;**

канд.экон.наук, доцент **О.А. Хохлова**

**Антохонова И.В.**

А 726 Методы прогнозирования социально-экономических процессов:

Учебное пособие. – Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2004. - 212 с.

Учебное пособие содержит классификацию и описание методов прогнозирования для различных социально-экономических объектов. Изложены формализованные и интуитивные методы прогнозирования. Основное внимание уделено статистическим методам прогнозирования и прикладным аспектам разработки прогнозов на различных уровнях иерархии.

Пособие предназначено для преподавателей, аспирантов, студентов экономических специальностей и специалистов, интересующихся вопросами прогнозного обеспечения процесса принятия решений.

*Ключевые слова:* гипотеза, тренд, экстраполяция, регрессия, доверительный интервал, экспертные оценки, эконометрия, надежность, лаговые переменные

Редактор *С.М. Ермоева*

Подписано в печать 19.01.2005 г. Формат 60x84 1/16.  
Усл.п.л. 12,32, уч.-изд.л.12,0. Печать операт., бум. писч.  
Тираж 100 экз. Заказ № 3.

Издательство ВСГТУ. г. Улан-Удэ, ул. Ключевская, 40, в.

© ВСГТУ, 2005 г.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Спрос на прогнозные разработки имел место всегда, поскольку всегда интересно заглянуть в будущее, связать с этим свои намерения и в соответствии с этим строить планы. На современном этапе преобразований, происходящих с достаточно высокой скоростью, и в институциональной среде, и в системе бизнеса, и в обществе в целом возрастает спрос на качественные и оперативные прогнозные разработки.

В основу пособия положен опыт преподавания курсов "Статистика", "Экономическое прогнозирование", "Эконометрика" на экономических специальностях Восточно-Сибирского государственного технологического университета, в большей степени на специальности "Информационные системы в экономике".

Интерес к будущему возникает из практической потребности реального времени, когда любой субъект, формируя собственную стратегию, прогнозирует изменения во внешней среде. Прогнозирование характеризует активную позицию субъекта, широту его видения, т.к. анализ перспектив основывается на синтезе методов, заимствованных из самых разных областей научной деятельности: философии, социологии, математики, экономики.

Желание работать на опережение, эффективно формировать стратегию, предугадывая возможные или новые изменения в конкурентной среде, в поведении остальных субъектов, становится жизненно необходимым и объективно оправданным.

Методы прогнозирования представляют в определенном смысле прикладную дисциплину, при изучении которой теория подкрепляется сбором необходимой информации, выкладками, расчетами и оценкой результатов исследования. С развитием рыночных отношений возрастает спрос на статистические исследования, прогнозные обоснование принимаемых решений и оценку их последствий. Глобализация экономики как важнейший феномен совре-

менности находит отражение в обобщающих статистических закономерностях, ее основные тенденции и проявления необходимо учитывать при разработке прогнозов на различных уровнях принятия решений.

Изменения, происходящие в рамках национальной экономики или отдельных территорий, которые можно относить к развитым, развивающимся или с переходной экономикой, осуществляются в процессе гармонизации с глобальными тенденциями. Существуют проблемы и отношения, не признающие границ и исходящие из открытости экономических систем. К ним безусловно относятся инновационные процессы, развитие технологий, международная торговля, решение социальных и экологических проблем.

В связи с отмеченным, подготовка студентов экономических специальностей должна базироваться на математико-статистической теории и ее экономических приложениях в контексте процесса модернизации экономики.

Получение набора определенных навыков системного видения и анализа происходящих процессов, выявления существующих тенденций и формализации причинно-следственных связей – все это необходимо получить студентам в процессе обучения. Завершение формирования экономического мышления происходит в процессе синтеза математических, экономических и статистических знаний.

К настоящему времени накоплен существенный набор средств как для долгосрочного, так и для средне- и краткосрочного прогнозирования. Правильный выбор метода прогнозирования, оценка достоверности и экономическая интерпретация результатов прогноза требуют знакомства с методологией прогнозирования и возможностями конкретных методов.

Автор благодарна И.И. Елисеевой, заведующей кафедрой статистики и эконометрики СПбГУЭФ, за ценные замечания при подготовке рукописи и многим поколениям студентов, в процессе общения с которыми апробирован и обобщен опыт чтения данного курса.

# Раздел I МЕТОДОЛОГИЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

## Глава I МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

### 1.1. Исходные понятия прогнозирования, его сущность, предмет и объект

В процессе реформирования экономики все в большей степени возрастает спрос на прогнозные исследования социально-экономических процессов на различных уровнях управления и принятия решений. Правильный выбор решения находится в прямой зависимости от качества его обоснования. Прогнозирование является одной из функций управления, наряду с анализом, организацией, планированием, мотивацией и т.д. Активными потребителями прогнозных разработок являются миллионы агентов рынка, домашние хозяйства, органы государственного и территориального управления. В демократическом открытом обществе необходимо представлять альтернативные варианты развития общества, возможности, существующие у каждого участника рыночных отношений.

К настоящему времени накоплен достаточный опыт и набор инструментов как для долгосрочного, так и краткосрочного прогнозирования. Прогнозирование – это научно-обоснованное предсказание наиболее вероятного состояния, тенденций и особенностей развития управляемого объекта в перспективном периоде на основе выявления и правильной оценки устойчивых связей и зависимостей между прошлым, настоящим и будущим. Отличительная особенность прогнозирования состоит в том, что оно обосновывает возникновение таких процессов и форм материальной и духовной жизни общества, которые в данный момент

недоступны непосредственному восприятию, а также проверке на практике.

Прогнозирование позволяет раскрыть устойчивые тенденции, или, наоборот, существенные изменения в социально-экономических процессах, оценить их вероятность для будущего планового периода, выявить возможные альтернативные варианты, накопить научный и эмпирический материал для обоснованного выбора той или иной концепции развития или планового решения.

Таким образом, прогнозирование является специальным научным исследованием перспектив развития явлений. Оно соотносится с более широким понятием – *предвидением*. Предвидение – опережающее отображение действительности, основанное на знании законов природы, общества и мышления. Предвидение затрагивает две взаимосвязанные совокупности форм конкретизации: относящуюся к собственно категории предвидения – предсказательную (дескриптивную, или описательную) и сопряженную с ней, относящуюся к категории управления – предудказательную (прескриптивную, или предписательную). Предсказание подразумевает описание возможных или желательных перспектив, состояний, решений проблем будущего. Предудказание связано с собственно решением этих проблем, с использованием информации о будущем для целенаправленной деятельности личности и общества.

Тем самым в прогнозировании выделяют два аспекта: теоретико-познавательный и управленческий, связанный с возможностью принятия управленческих решений на основе полученного знания.

В зависимости от степени конкретизации и характера воздействия на ход исследуемых процессов различают три формы предвидения: гипотезу, прогноз и план (программу).

*Гипотеза* характеризует научное предвидение на уровне общей теории. Исходную базу построения гипотезы составляют теория и открытые на ее основе закономерности.

сти и причинно-следственные связи функционирования и развития исследуемых объектов. На уровне гипотезы дается качественная характеристика, выражающая общие закономерности поведения объектов.

*Прогноз* – вероятностное научно обоснованное суждение о перспективах, возможных состояниях того или иного явления в будущем и (или) об альтернативных путях и сроках их осуществления. Прогноз, в сравнении с гипотезой, имеет значительно большую определенность, поскольку основывается не только на качественных, но и на количественных параметрах и потому позволяет характеризовать будущее состояние объекта также и количественно. Прогноз выражает предвидение на уровне конкретно-прикладной теории. Таким образом, прогноз отличается от гипотезы меньшей степенью неопределенности и большей достоверностью. В то же время связи прогноза с исследуемым объектом, явлением не являются жесткими, однозначными: прогноз носит вероятностный характер. Уместно привести здесь чрезвычайно краткое определение прогноза, данное Э.Янчем: прогноз (forecast) – вероятностное утверждение о будущем с относительно высокой степенью достоверности (4, с.19).

*План* представляет собой постановку точно определенной цели и предвидение конкретных, детальных событий в развитии исследуемого объекта. В нем фиксируются пути и средства развития в соответствии с поставленными задачами, обосновываются принятые управленческие решения. В плане предвидение получает наибольшую конкретность и определенность. Как и прогноз, план основывается на результатах и достижениях конкретно-прикладной теории.

*Программа* – решение относительно совокупности мероприятий, необходимых для реализации научно-технических, экологических, социально-экономических и других проблем или каких-то их аспектов. Программа мо-

жет являться предплановым решением, а также конкретизировать определенный аспект плана.

Предсказание и предугадание тесно связаны между собой. В предугадании может преобладать волевое начало, и тогда соответствующие цели, планы, программы, вообще, решения оказываются волюнтаристскими, субъективистскими, произвольными (с повышенным риском неоптимальности, несостоятельности). В связи с этим в программах необходимо преобладание объективного, исследовательского начала, чтобы они были научно обоснованными, с повышенным уровнем ожидаемой эффективности принимаемых решений.

Важнейшие способы научного обоснования предугаданий – описание (анализ), объяснение (диагноз) и предсказание (прогноз) – составляют три основные функции каждой научной дисциплины. Прогноз не есть лишь инструмент такого обоснования. Однако его практическое значение сводится именно к возможности повышения с его помощью эффективности принимаемых решений.

Прогнозирование не сводится к попыткам предугадать детали будущего, хотя в некоторых случаях это существенно. Исследователь исходит в данном случае из диалектической детерминации явлений будущего, из понимания того, что необходимость пробивает себе дорогу через преодоление случайности, что к явлениям будущего нужен вероятностный подход с учетом широкого набора возможных вариантов. Только при таком подходе прогнозирование может быть эффективно использовано для выбора наиболее вероятного или наиболее желательного, оптимального варианта при обосновании цели, плана, программы, проекта, вообще, решения.

Прогнозы должны предшествовать планам, содержать оценку хода последствий выполнения (или невыполнения) планов, охватывать все, что не поддается планированию, решению. Они могут охватывать в принципе любой отрезок времени. Прогноз и план отличаются способами

оперирования информацией о будущем. Вероятностное описание возможного или желательного – это прогноз. Обоснованное решение относительно мероприятий по достижению возможного, желательного – это план. Прогноз и план могут разрабатываться независимо друг от друга. Но чтобы план был эффективным, оптимальным, ему должен предшествовать прогноз, по возможности непрерывный, позволяющий обосновать данный и последующие планы.

Одним из важных направлений прогнозирования общественного развития является социально-экономическое прогнозирование – научная дисциплина, имеющая своим объектом социально-экономическую систему, а предметом – познание возможных состояний функционирующих объектов в будущем, исследование закономерностей и способов разработки экономических прогнозов.

Социально-экономическое прогнозирование основывается на достижениях науки в области познания закономерностей развития общества, выяснения тенденций социально-экономического и технологического прогресса. Важная роль в совершенствовании экономического прогнозирования, повышения достоверности разрабатываемых прогнозов принадлежит также прикладной научной дисциплине, изучающей закономерности и способы разработки прогнозов развития объектов любой природы – прогностике, в том числе экономической прогностике.

Прогнозирование тесно связано со статистикой и во многом базируется на статистических данных и методах исследования массовых явлений. Особое значение в настоящее время имеет прикладная статистика, адаптирующая методы многомерного статистического анализа к решению социально-экономических задач. При этом решаются следующие задачи: типологизация (классификация) или выявление однородных в определенном смысле классов; снижение размерности исследуемого пространства данных и восстановление (прогноз) значений зависимых

показателей по значениям определенного набора независимых признаков.

Последняя задача фактически является эконометрической проблемой. Эконометрика, наряду с микроэкономикой и макроэкономикой, входит в число базовых дисциплин современного экономического образования. Эконометрика в буквальном переводе обозначает «измерения в экономике».

Эконометрика – это самостоятельная научная дисциплина, объединяющая совокупность теоретических результатов, приемов, методов и моделей, предназначенных для того, чтобы на основе экономической теории, экономической статистики и математико-статистических методов придавать конкретное количественное выражение общим закономерностям, обусловленным экономической теорией (1).

Таким образом, приведенные дисциплины тесно связаны между собой, существенным моментом является обязательная методологическая составляющая в виде экономической теории.

## 1.2. Типология прогнозов

Основным критерием типологии является *функциональный*, с точки зрения которого прогнозы делятся на два основных типа: поисковые (изыскательские по Э.Янчу, исследовательские, трендовые, генетические и т.п.) и целевые (нормативные, программные) прогнозы.

Поисковый прогноз – определение возможных состояний явления в будущем. Предполагается условное продолжение в будущем тенденций развития изучаемого явления в прошлом и настоящем, абстрагируясь от возможных решений, действия на основе которых способны радикально изменить тенденции. В данном случае прогноз отвечает на вопрос: что вероятнее всего произойдет при условии сохранения существующих тенденций? Такие про-

гнозы также называются вариантными (сценарными) расчетами.

Нормативный прогноз – определение путей и сроков достижения возможных состояний явления, принимаемых в качестве цели. Такой прогноз отвечает на вопрос: какими путями достичь желаемого?

Поисковый прогноз строится на определенной шкале (поле, спектре) возможностей, на которой затем устанавливается степень вероятности прогнозируемого явления. При нормативном прогнозировании происходит такое же распределение вероятностей, но уже в обратном порядке: от заданного состояния к наблюдаемым тенденциям.

Оба типа прогнозов выступают одновременно на практике в качестве подходов к прогнозированию и используются совместно. В их сочетании четко проявляется побудительная роль прогнозирования как инструмента планирования достижения поставленных целей.

*По периоду упреждения* – промежутку времени, на который рассчитан прогноз, различаются оперативные (текущие), краткосрочные, среднесрочные, долгосрочные и дальнесрочные (сверхдолгосрочные) прогнозы.

Оперативный прогноз рассчитан на перспективу, на протяжении которой не ожидается существенных изменений в развитии объекта исследования – ни количественных, ни качественных.

Краткосрочный – на перспективу только количественных изменений, долгосрочный – не только количественных, но преимущественно качественных. Среднесрочный прогноз охватывает перспективу между кратко- и долгосрочным с преобладанием количественных изменений над качественными, дальнесрочный (сверхдолгосрочный) – на перспективу, когда ожидаются столь значительные качественные изменения, что по существу можно говорить лишь о самых общих перспективах развития объекта.

Оперативные прогнозы содержат, как правило, детально-количественные оценки, краткосрочные – общие

количественные, среднесрочные – количественно-качественные и дальнесрочные – общие качественные оценки.

В социально-экономических прогнозах эмпирически установлен следующий временной масштаб: оперативные прогнозы – до одного месяца, краткосрочные – до одного года, среднесрочные – на несколько (обычно до пяти) лет, долгосрочные – на период свыше пяти и до пятнадцати-двадцати лет, дальнесрочные – за пределами двадцати лет.

В государствах с переходной экономикой наиболее востребованы краткосрочные прогнозы как аналитиками, так и государственными структурами (правительством, парламентом) на разных уровнях управления. Среднесрочные прогнозы по периоду соответствуют времени функционирования органов государственного управления. Примером дальнесрочного прогноза могут служить результаты демографических прогнозов на период до 2050 года, в соответствии с которыми Индия по численности населения превзойдет Китай.

*По объекту исследования* различаются естественные, инновационные и обществоведческие (социальные в широком смысле этого слова) прогнозы. В естественных прогнозах взаимосвязь между предсказанием и предугаданием незначительна, близка или практически близка нулю из-за невозможности управления объектом, так что здесь в принципе возможно только поисковое прогнозирование с ориентацией на возможно более точное безусловное предсказание будущего состояния явления. В обществоведческих прогнозах эта взаимосвязь настолько значительна, что способна давать эффект самоосуществления или, напротив, саморазрушения прогнозов действиями людей на основе целей, планов, программ, решений (включая принятые с учетом сделанных прогнозов). В связи с этим необходимо сочетание поисковых и нормативных разработок, т.е. условных предсказаний с ориентацией на повышение эффективности управления. Технологические прогно-

зы занимают в этом отношении как бы промежуточное положение.

Подробно подтипы прогнозов приведены в "Рабочей книге по прогнозированию" (1, с.13-15). Отметим лишь, что экономические, социальные, экологические прогнозы относятся к группе обществоведческих прогнозов.

*По масштабу прогнозирования* выделяют: макроэкономические (национальной экономики) и структурные (межотраслевые, межсекторальные, межрегиональные) прогнозы, прогнозы развития отдельных комплексов, секторов и регионов, прогнозы хозяйствующих субъектов, а также отдельных производств и продуктов. Отметим, что объекты макроэкономики более устойчивы и инерционны в своем развитии по сравнению с объектами микроэкономики.

Деление прогнозов в зависимости от характера объектов связано с *различными аспектами воспроизводственного процесса*. По этому признаку выделяют следующие экономические прогнозы: развития производственных отношений, социально-экономических предпосылок и последствий технологического прогресса, динамики экономической системы (темпов, факторов и структуры), воспроизводства трудовых ресурсов, занятости, экономического использования природных ресурсов, инвестиций, уровня жизни населения, доходов и цен, потребительского спроса, внешнеэкономических связей и т.д. Следует иметь в виду при этом, что отрыв и изолированное рассмотрение отдельных элементов системы несостоятельны с методологической точки зрения.

### **1.3. Основные принципы и функции прогнозирования**

Рассмотрение прогнозной деятельности как исследования будущих событий и явлений в развитии объекта требует определения методологических принципов, со-

ставляющих конструктивную основу для разработки и использования прикладных методов прогнозирования.

Важнейшим принципом, позволяющим объединить на единой методологической базе все многообразие методов прогнозирования в исследовании процессов самой разной природы, является *принцип системности* (3, с.20).

Принцип системности прогнозирования требует рассматривать объект прогнозирования как систему взаимосвязанных характеристик объекта и прогнозного фона в соответствии с целями и задачами исследования.

Система не является произвольным механическим объединением элементов. В качестве обязательного условия системного представления предполагается наличие вполне определенных свойств: целостность (эмерджентность), иерархичность, целенаправленность, самоорганизованность, управляемость и т.д.

Свойство целостности предполагает наличие в системе эмерджентных качеств, которых нет ни у одного из составляющих ее элементов и которые возникают именно в процессе из взаимодействия.

Исследование структуры объекта или системное описание объекта может проводиться двумя способами - объединением частных, детальных характеристик в более обобщенные (агрегирование) и последовательным углублением детализации структуры от обобщенных характеристик к более частным (декомпозиция, дезагрегирование). Поэтому объект любого уровня является системой взаимосвязанных подсистем, характеристик и в то же время элементом более сложной системы высшего уровня. В зависимости от степени изученности объекта декомпозиция осуществляется или с позиций эмпирических знаний и интуитивных представлений исследователя о механизме протекающих в нем процессов, или основывается на систематизированной информации и научной теории.

Данный принцип предполагает также построение прогноза на основе системы методов и моделей, характери-

зующейся определенной иерархией и последовательностью. Такая совокупность позволяет разработать согласованный и непротиворечивый прогноз экономического развития по каждому направлению, основывающийся на изучении складывающихся в текущем и будущем периодах тенденций развития и закономерностей, на заданных целевых установках, имеющихся ресурсах, выявленных потребностях и их динамике.

*Принцип адекватности* прогноза объективным закономерностям характеризует не только процесс выявления, но и оценку устойчивых тенденций и взаимосвязей в развитии экономики и создание теоретического аналога реальных экономических процессов с их полной и точной имитацией.

Реализация принципа адекватности предполагает учет вероятностного, стохастического характера реальных процессов, особенно в условиях неопределенности. Это означает необходимость оценки сложившихся тенденций и отклонений, которые могут иметь место, выделения господствующих тенденций, определения возможной области расхождения, т.е. оценку вероятности реализации выявленной тенденции.

*Принцип альтернативности* прогнозирования связан с возможностью развития объекта исследования и его отдельных элементов по разным траекториям, при разных взаимосвязях и структурных соотношениях. При переходе от имитации сложившихся процессов и тенденций к предвидению их будущего развития возникает необходимость построения альтернатив, т.е. определения возможных путей развития объекта. Вероятностный характер прогнозирования отражает наличие случайных процессов и отклонений при сохранении их качественной однородности, устойчивости прогнозируемых тенденций. Альтернативность исходит из предположения о возможности качественно различных вариантов развития экономики (3).

Оценка реалистичности отдельных альтернатив развития объекта может быть определена методом сбалансированности во всех основных направлениях с учетом реальных ограничений по ресурсам, структуре, показателям эффективности, в рамках которых должны разрабатываться сбалансированные альтернативы развития.

Источниками возникновения альтернатив развития экономического объекта в первую очередь служат возможные качественные сдвиги в условиях воспроизводства, например, при переходе от экстенсивных методов к интенсивным. На формирование альтернатив влияют конкретные цели развития производства.

Необходимым условием разработки достоверного прогноза является познание объективных законов развития процессов, выявление на их основе устойчивых тенденций. Это познание должно базироваться на глубоком изучении достижений прикладных разработок прогнозов, что составляет сущность *принципа обоснованности или достоверности*. Реализация этого принципа в практических исследованиях обеспечивается соответствующим качеством прогноза и оценкой достоверности и точности полученного результата.

Качество прогнозов безусловно невозможно без необходимой достоверности, однако в более широком смысле определяется их полезностью, реальным спросом на данные разработки в процессе управления.

Достоверность же прогнозов обеспечивается возможностью их верификации, априорной на этапе разработки прогноза и апостериорной при анализе причин расхождения прогнозных и реальных характеристик.

Выбор конкретного метода прогнозирования во многом зависит от наличия и качества информационной базы. В данном случае важен *принцип наблюдаемости*, который обеспечивает исследователя по возможности достаточными и достоверными статистическими данными. В некоторых случаях, особенно на уровне микроэкономики,



менеджеры принимают решения в условиях избыточной информации. Поэтому при разработке преимущественно оперативных и краткосрочных прогнозов актуальным становится мониторинг необходимых и надежных данных. Эта проблема решается с использованием современных информационных технологий.

Основными функциями прогнозирования являются: анализ процессов и тенденций; исследование объективных связей социально-экономических явлений в развитии объекта прогнозирования в конкретных условиях в определенном периоде; оценка объекта прогнозирования; выявление альтернатив развития; оценка последствий принимаемых решений; накопление научного материала для обоснованного выбора решений.

Анализ экономических, социальных, технологических процессов и тенденций осуществляется по трем стадиям: ретроспекция, диагноз и проспекция. Под ретроспекцией понимается этап прогнозирования, на котором исследуется история развития объекта прогнозирования для получения его систематизированного описания. На стадии ретроспекции происходит сбор, хранение и обработка информации, источников, необходимых для прогнозирования. Также осуществляется оптимизация как состава источников, так и методов измерения и представления ретроспективной информации, уточнение и окончательное формирование структуры и состава характеристик объекта прогнозирования.

Диагноз представляет собой этап прогнозирования, на котором исследуется систематизированное описание объекта прогнозирования с целью выявления тенденции его развития и выбора методов и моделей прогнозирования. На стадии диагноза производится анализ объекта прогнозирования, который лежит в основе прогнозной модели.

Проспекция представляет собой этап прогнозирования, на котором по данным диагноза разрабатываются про-

гнозы развития объекта, производится оценка достоверности, точности или обоснованности прогноза (верификация), а также реализация цели прогноза путем объединения конкретных прогнозов на основе принципов прогнозирования (синтез). На стадии проспекции выявляется недостающая информация об объекте прогнозирования, уточняется ранее полученная, вносятся коррективы в модель прогнозируемого объекта в соответствии с вновь поступившей информацией.

При непрерывном характере прогнозирования анализ его объекта происходит также непрерывно, сопровождая все стадии формирования прогнозов, тем самым осуществляется обратная связь между реальным объектом и его прогностической моделью. Аналитическая работа состоит в выявлении тенденций развития факторов, влияющих на изменение объекта на основе глубокого изучения национального и мирового опыта, нахождении исходного уровня и наиболее существенных проблем, которые определяют дальнейшее развитие экономики.

Анализ позволяет установить те факторы, активное воздействие на которые приводит к изменению существующих тенденций и сложившейся обстановки.

Важнейшей методологической предпосылкой прогнозирования является учение об объективном характере экономических законов, которые являются отражением существенных причинно-следственных связей явлений, выражающих их повторяемость в определенных условиях. Но вместе с тем при прогнозировании необходимо учитывать и неопределенность, обусловленную вероятностным действием экономических законов, неполнотой их знания, наличием субъективного фактора при принятии решений, неполнотой и недостаточной надежностью информации.

Оценка объектов прогнозирования базируется на сочетании аспектов детерминированности и неопределенности (стохастичности). При отсутствии одного из них прогнозирование теряет смысл. При абсолютном детерми-

низме исчезает возможность альтернативного выбора решений. При абсолютной неопределенности конкретное представление будущего невозможно.

Реализуя те или иные функции прогнозирования, необходимо определить подходы, составляющие основу прогнозирования. Как было отмечено в 1.2., с точки зрения достижения целей используются два подхода. При поисковом, или исследовательском, подходе конечной целью является определение возможных состояний объекта в будущем, учитывая, что сохраняются существующие тенденции развития этого объекта. при этом не берутся во внимание условия, которые могут изменить эти тенденции.

При нормативном подходе имеется в виду, что определение путей и сроков достижения возможного состояния объекта прогнозирования в будущем принимается в качестве цели.

#### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Рабочая книга по прогнозированию /Отв.ред. *И.В. Бестужев-Лада*. – М.: Мысль, 1982.
2. Статистическое моделирование и прогнозирование: Учебное пособие / Под ред. *А.Г. Гранберга*. - М.: Финансы и статистика, 1990.
3. *Тихомиров Н.П., Попов В.А.* Методы социально-экономического прогнозирования. – М.: Изд-во ВЗПИ, АО "Росвузнаука", 1992.
4. *Янч Э.* Прогнозирование научно-технического прогресса. – М.: Прогресс, 1974.

## Глава 2 МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

### 2.1. Понятие метода прогнозирования

По оценкам некоторых ученых насчитывается более 150 методов прогнозирования. Базовых методов гораздо меньше, многие из "методов" скорее относятся к отдельным способам и процедурам прогнозирования, либо представляют собой набор отдельных приемов, отличающихся от базовых методов количеством частных приемов и последовательностью их применения.

Под *методом прогнозирования* понимается совокупность приемов и способов мышления, позволяющих на основе анализа ретроспективных данных, экзогенных (внешних) и эндогенных (внутренних) связей объекта прогнозирования, а также их измерения в рамках рассматриваемого явления или процесса вывести суждения определенной достоверности относительно будущего развития объекта (2, с.29). Более краткое определение дано Э.Янчем: "способ исследования объекта прогнозирования, направленный на разработку прогнозов" (8).

Содержательная интерпретация методов определяется природой, особенностями и закономерностями исследуемых процессов. Оценка будущих состояний процессов и явлений производится на базе уже накопленных знаний о сущности, свойствах и закономерностях существующих или предполагаемых тенденций их развития.

Таким образом, если методологической основой прогнозирования служит теория развития объекта, которая раскрывает существо закономерностей, содержание основных причинно-следственных связей рассматриваемого процесса, то методы прогнозирования позволяют найти меру влияния отдельных закономерностей и причин развития, представить объект прогноза как динамическую сис-

тему измеренных с определенной степенью достоверности взаимодействий реальных явлений, факторов, сил общественной деятельности и тем самым дать возможность воспроизвести с определенной степенью вероятности поведение этой системы в будущем (7, с.8).

Сохраняют свою актуальность слова И. Сигела, автора классического труда по прогнозированию технологий "Технологические изменения и долгосрочное прогнозирование"<sup>1</sup>, о том, что успех в прогнозировании зависит не столько от применения тех или иных методов, сколько от сохранения правильной "точки зрения".

Во многих случаях ни один из методов сам по себе не может обеспечить требуемую степень достоверности и точности прогноза, но, будучи использованным в определенных сочетаниях с другими, оказывается весьма эффективным – достоинства одного метода компенсируют недостатки другого, либо они используются в развитии.

Объективная необходимость в комбинировании различных методов часто возникает при разработке прогнозов развития процессов, характеризующихся наличием сложных взаимосвязей. Использование комбинации методов прогнозирования является одним из путей в решении проблемы *верификации* прогнозов, рассматриваемой как обобщенная оценка их достоверности, точности и обоснованности. Совпадение результатов прогнозирования, полученных различными методами, является одним из свидетельств их надежности.

Хотя выбор и использование метода являются основным этапом в разработке прогноза, они не гарантируют окончательных достоверных результатов. Процедура разработки предполагает и другие этапы деятельности, среди которых можно выделить следующие:

---

<sup>1</sup> Siegel I.H., Technological Change and Long-Run Forecasting, The Journal of Business of the University of Chicago, Vol.26, № 3, July 1953, p. 141-156.

1. Прогнозное обоснование, т.е. формулировка целей, задач, исходных данных о структуре объекта и анализируемых процессах, основных факторах, взаимосвязях, разработка предварительных гипотез о закономерностях развития, методах и организации процедур прогнозирования.

2. Описание внешней среды (прогнозного фона), выявление внешних воздействий на развитие объекта и внутреннего управления, уточнение критериев развития и параметров управления.

3. Разработка прогнозной модели, т.е. определение ее структуры и составляющих элементов, установление взаимосвязей между ними, которые позволят проследить закономерности изменения процесса.

4. Разработка при возможности альтернативного варианта прогноза на основе применения подходящих методов прогнозирования.

5. Оценка достоверности, точности и обоснованности разработанного прогноза, последствий его реализации. Сравнение результатов прогноза с альтернативными вариантами прогноза.

6. Разработка рекомендаций по управлению развитием процесса с учетом вариантов воздействия внешней среды и внутренней эволюции объекта.

7. Формулировка задачи по разработке нового варианта прогноза с учетом анализа полученных результатов и новой поступившей информации.

Полезный прогноз является результатом принятия решения из некоторого множества альтернатив, различающихся между собой не только по формальным критериям, но и по их обоснованности и адекватности контексту развития событий. Таким образом, разработка прогноза представляет итеративный процесс, когда результаты каждого этапа могут повлиять на постановку проблемы и ее реализацию.

Поэтому во многих случаях выполнения различных проектов и программ стратегического характера ставится задача оценки состояния анализируемого объекта и разработки прогнозного обеспечения направлений развития, что представляет углубленный анализ возможных ситуаций и последствий принимаемых решений (анализ сценариев или ситуационный анализ).

## 2.2. Классификация методов прогнозирования

Авторы "Рабочей книги по прогнозированию" (2, с.132) дают трехуровневую классификацию методов, исходя из следующих принципов: достаточная полнота охвата методов, единство классификационного признака на каждом уровне, непересекаемость разделов классификации, открытость классификационной схемы (возможность дополнения новыми методами). Каждый уровень в схеме определяется своим классификационным признаком: степенью формализации, общим принципом действия, способом получения прогнозной информации.

По степени формализации методы прогнозирования делятся на *интуитивные и формализованные*. Если совокупность причинных связей проецируется в будущее, то использование методов, основанных на формализованном мышлении, имеет преимущества перед интуитивными методами.

Предлагаемая авторами классификация является достаточно обширной, т.к. включает методы прогнозирования, применяемые в экономических, социальных, общественно-политических, научно-технических областях.

Имеет значение соотношение величины горизонта прогнозирования (периода упреждения)  $\Delta t$  и эволюционного периода (ретроспективного периода) развития процесса  $t_x$ :

$$\tau = \Delta t / t_x.$$

Если  $\tau \ll 1$  (горизонт прогнозирования укладывается в рамки эволюционного цикла), то рекомендуется использовать формализованные методы. При  $\tau \approx 1$  и возможности резких изменений в развитии более действенными являются интуитивные методы. Формализованные методы могут быть использованы до и после поворотных событий. Если в период упреждения укладывается несколько эволюционных периодов ( $\tau \gg 1$ ), то для разработки прогнозов используются интуитивные методы.

В учебном пособии под редакцией А.Г. Гранберга (3, с.174) представлена классификационная схема, в которой методы делятся на четыре группы по способу получения прогнозной информации: индивидуальные экспертные оценки, коллективные экспертные оценки, методы прогнозной экстраполяции и методы моделирования.

С позиций общего подхода совокупность методов прогнозирования, направленных на решение прикладных задач анализа состояния объекта и прогноза его развития в современном динамичном мире, может быть систематизирована в следующей классификации (табл.2.1).

Наиболее общим и принципиальным классификационным признаком является "способ получения прогнозной информации". Основных источников прогнозной информации существует три (5, с.32):

- человеческий опыт и интуиция;
- экстраполяция известных тенденций и закономерностей в развитии процессов и явлений;
- модель исследуемого процесса, отражающая ожидаемые или желательные условия его развития.

Если первые два источника с некоторой долей условности можно рассматривать как эмпирические, то модель однозначно представляет теоретический источник. Адекватное математическое описание взаимосвязей и закономерностей с учетом фактора времени позволяет проводить расчеты на перспективу для различных объектов. Таким образом, модель является инструментом реализации

Таблица 2.1 Классификация методов прогнозирования

Интуитивные методы		Методы прогнозирования				Формализованные методы				
Индивидуальные экспертные оценки	Коллективные экспертные оценки	Методы прогнозной экстраполяции	Системно-структурные методы и модели	Ассоциативные методы	Методы опережающей информации	Метод "интервью"	Простая экстраполяция	Морфологический анализ	Имитационное моделирование	Анализ потоков публикаций
	Аналитический метод									
Построение сценария	Метод коллективной генерации идей ("мозговая атака")	Метод экспоненциально-го среднего живаяния	Регрессионные модели	Эконометрические методы	Оценка значимости изобретений	Метод "интервью"	Метод скользящих средних	Матричный метод	Историко-логический анализ	Анализ патентной информации
Метод психологической генерации идей	Синотический метод	Авторегрессионные модели	Сетевое моделирование							

определенного подхода к исследованию объекта посредством формализованного (количественного) выражения существующих его развитию закономерностей.

В связи с изложенным выше, необходимо выделить роль и значение эконометрики и эконометрических моделей, получивших в последнее время по праву развитие и широкое распространение. Вычислительные возможности современных информационных технологий открыли доступ к изучению и использованию эконометрики. Стоит отметить, что достижения исследователей именно в области эконометрики отмечены Нобелевскими премиями: Рагнар Фриш и Ян Тинберген (1969), Лоуренс Клейн (1980), Трюгве Хаавельмо (1989), Джеймс Хекман и Даниэл МакФадден (2000), Роберт Энгл и Клайв Гренджер (2003). Эконометрические модели позволяют решать прикладные задачи прогноза социально-экономического развития, включая содержательную интерпретацию результатов анализа и прогноза.

### 2.3. Интуитивные методы прогнозирования.

*Интуитивные методы* применяются тогда, когда объект прогнозирования либо слишком прост, либо настолько сложен и непредсказуем, что аналитически учесть влияние многих факторов практически невозможно. Полученные в таких случаях *индивидуальные* и *коллективные* экспертные оценки используют как конечные прогнозы или в качестве исходных данных в комплексных системах прогнозирования.

Метод *"интервью"* представляет индивидуальную экспертную оценку, формулируемую экспертом без предварительного анализа вопросов и поэтому исключаящую неоднозначное толкование. В данном случае осуществляется непосредственный контакт исследователя-прогнозиста с экспертом в режиме работы "вопрос-ответ" по заранее разработанной программе, направленной на выявление перспектив изучаемого процесса. Успех зависит от уровня

подготовленности интервьюера: содержания и продуманности вопросов, их однозначности и логической взаимосвязанности.

*Аналитический* метод связан с выражением индивидуальной точки зрения эксперта в статье или аналитических записках по поводу тенденций развития изучаемых явлений и процессов. В ходе такой работы эксперт может использовать всю необходимую ему информацию.

При построении *сценариев* устанавливается логическая последовательность гипотетических событий, связанных друг с другом причинно-следственными связями; это модель процесса, а не только конечного результата. Последовательность событий или состояний рассматривается во временной системе координат. Методика написания сценария требует определения необходимых управляющих воздействий и тех переломных точек, в которых эти воздействия необходимо применять для достижения целей развития. Следовательно, сценарный метод прогнозирования может применяться при прогнозировании частично или полностью управляемых процессов. При этом обращается внимание на взаимосвязи между явлениями, которые могут быть упущены на абстрактном уровне анализа.

Метод *психоинтеллектуальной генерации идей* должен опираться на побудительные творческие мотивы, однако он, как и все индивидуальные оценки, является субъективным. Окончательный вариант решения определяется посредством анализа экспертных данных непосредственно исследователем.

Метод *комиссий* представляет объединение работы экспертов по выработке документов о перспективах развития объекта прогнозирования. В качестве информационной базы выступают социологические опросы.

Метод *"Дельфи"* представляет ряд последовательно осуществляемых процедур, направленных на подготовку и обоснование прогноза. Метод, разработанный О.Хелмером и его коллегами, после опубликования "Доклада об изуче-

нии долгосрочного прогнозирования" американской корпорацией "РЭНД" в 1964 г. получил широкую известность<sup>2</sup>. Объектами исследования явились: научные прорывы, рост населения, автоматизация, исследование космоса, возникновение и предотвращение войн, будущие системы оружия. В упрощенном виде метод можно рассматривать как последовательность итеративных циклов анализа, при которой делается попытка избежать вмешательства психологических факторов посредством анонимности опроса и вместе с тем групповым характером ответа.

Поскольку метод основан на использовании опыта и интуиции специалистов, О.Хелмер подробно обсуждает его наряду с написанием сценариев и другими приемами в докладе "Социальная технология", также опубликованном корпорацией "РЭНД" в 1965 г.<sup>3</sup>

*Метод коллективной генерации идей*, называемый "мозговая атака" или "мозговой штурм", отличается от метода "Дельфи" совместным характером получения решения в ходе специального заседания и последующим анализом его результатов. Сущность метода заключается в решении двух задач:

- генерирование новых идей в отношении возможных вариантов развития процесса;
- анализ и оценка выдвинутых идей.

Метод "мозгового штурма" рекомендуется использовать в критических ситуациях, характеризующихся отсутствием реальных, достаточно очевидных вариантов развития процессов в перспективе. Метод применяется на

---

<sup>2</sup> Gordon T.J., Helmer O. Report on a Long-Range Forecasting Study, report P-2982, The RAND Corporation, Santa Monica, Calif., Sept. 1964.

<sup>3</sup> Helmer O. Social Technology, Report P-3063, The RAND Corporation, Santa Monica, Calif., Febr. 1965.

уровне регионов, крупных фирм, концернов для прогноза развития и размещения, например, социальной инфраструктуры или анализа ситуации, складывающейся на рынке, для определения системы мероприятий по преодолению "барьеров" вхождения на рынки и т.п.

Если "мозговая атака" в первую очередь направлена на сбор новых идей, то *метод управляемой генерации идей* представляет метод обмена мнениями, в результате чего предполагается достичь согласия между экспертами. Руководитель группы, управляющий генерацией идей и стимулирующий ее, знает истинный характер проблемы и организует обсуждение так, чтобы найти правильное решение.

*Синоптический метод* представляет сводный, обзорный подход к анализу объекта и написание отдельных сценариев для различных областей с последующим их объединением путем итерации.

#### 2.4.Формализованные методы прогнозирования

*Формализованные* методы делятся по общему принципу действия на четыре группы: экстраполяционные (статистические), системно-структурные, ассоциативные и методы опережающей информации.

В практике прогнозирования экономических процессов преобладающими, по крайней мере до последнего времени, являются статистические методы. Это вызвано, главным образом, тем, что статистические методы опираются на аппарат анализа, развитие и практика применения которого имеют достаточно длительную историю. Процесс прогнозирования, опирающийся на статистические методы, распадается на два этапа.

Первый заключается в обобщении данных, собираемых за некоторый период времени, а также создании на основе этого обобщения модели процесса. Модель описывается в виде аналитически выраженной тенденции развития (*экстраполяция тренда*) или в виде функциональной

зависимости от одного или нескольких факторов-аргументов (*уравнения регрессии*). Построение модели процесса для прогнозирования, какой бы вид она ни имела, обязательно включает выбор формы уравнения, описывающего динамику и взаимосвязь явлений, и оценивание его параметров с помощью того или иного метода.

Второй этап — сам прогноз. На этом этапе на основе найденных закономерностей определяется ожидаемое значение прогнозируемого показателя, величины или признака. Безусловно, полученные результаты не могут рассматриваться как нечто окончательное, так как при их оценке и использовании должны приниматься во внимание факторы, условия и ограничения, которые не участвовали в описании и построении модели. Их корректировка должна осуществляться в соответствии с ожидаемым изменением обстоятельств их формирования.

Необходимо также отметить, что в ряде случаев собственно статистическая обработка экономической информации вовсе не является прогнозом, однако фигурирует как важное звено в общей системе его разработки. Мировая практика обладает обширным материалом в области перспективного анализа, и уже сейчас очевидно, что успешность прогнозов, получаемых на основе статистических моделей, существенно зависит от анализа эмпирических данных, от того, насколько такой анализ сможет выявить и обобщить закономерности поведения изучаемых процессов во времени.

Одним из наиболее распространенных методов прогнозирования является *экстраполяция*, т.е. продление на перспективу тенденций, наблюдавшихся в прошлом (более подробно метод экстраполяции изложен в следующей главе). Экстраполяция базируется на следующих допущениях (7, с.151):

1) развитие явления может быть с достаточным основанием охарактеризовано плавной траекторией — трендом;

2) общие условия, определяющие тенденцию развития в прошлом, не претерпят существенных изменений в будущем.

Экстраполяцию можно представить в виде определения значения функции:

$$y_{t+l} = f(y_t^*, L), \quad (2.1)$$

где  $y_{t+l}$  - экстраполируемое значение уровня;

$y_t^*$  - уровень, принятый за базу экстраполяции;

$L$  - период упреждения.

Простейшая экстраполяция может быть проведена на основе средних характеристик ряда: *среднего уровня, среднего абсолютного прироста и среднего темпа роста.*

Если *средний уровень* ряда не имеет тенденции к изменению или, если это изменение незначительно, то можно принять:

$$y_{t+l} = \bar{y}.$$

Если *средний абсолютный прирост* сохраняется неизменным, то динамика уровней будет соответствовать арифметической прогрессии:

$$y_{t+l} = y_t + \Delta y_t$$

Если *средний темп роста* не имеет тенденции к изменению, прогнозное значение можно рассчитать по формуле:

$$y_{t+l} = y_t^* \tau^L, \quad (2.2)$$

где  $\tau$  - средний темп роста;

$y_t^*$  - уровень, принятый за базу для экстраполяции.

В данном случае предполагается развитие по геометрической прогрессии или по экспоненте. Во всех случаях следует определять доверительный интервал, учитывающий неопределенность и погрешность используемых оценок.

Наиболее простым и известным является *метод скользящих средних*, осуществляющий механическое выравнивание временного ряда. Суть метода заключается в

замене фактических уровней ряда расчетными средними, в которых погашаются колебания. Метод подробно рассмотрен в курсе теории статистики<sup>4</sup>.

Для целей краткосрочного прогнозирования также может использоваться *метод экспоненциального сглаживания*. Средний уровень ряда на момент  $t$  равен линейной комбинации фактического уровня для этого же момента  $y_t$  и среднего уровня прошлых и текущего наблюдений.

$$Q_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) Q_{t-1}, \quad (2.3)$$

где  $Q_t$  - экспоненциальная средняя (сглаженное значение уровня ряда) на момент  $t$ ;

$\alpha$  - коэффициент, характеризующий вес текущего наблюдения при расчете экспоненциальной средней (параметр сглаживания),  $0 < \alpha \leq 1$ .

Если прогнозирование ведется на один шаг вперед, то прогнозное значение  $y_{t+1} = Q_t$  является точечной оценкой.

*Экстраполяция тренда* возможна, если найдена зависимость уровней ряда от фактора времени  $t$ , в этом случае зависимость имеет вид:

$$y_t = f(t). \quad (2.4)$$

Виды кривых, основания выбора вида аналитической зависимости и расчет доверительного интервала рассмотрены в следующей главе.

Для многих стационарных процессов в экономике характерно наличие тесной связи между уровнями за предыдущие периоды или моменты и последующими уровнями. В таких случаях зависимость от времени проявляется через характеристики внутренней структуры процесса за прошлые периоды. Выразив в аналитической форме взаи-

<sup>4</sup> См., например: Теория статистики / Под ред. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 1996. С. 313.



мосьвязь уровней временного ряда, можно использовать полученную закономерность для прогнозирования.

Модель стационарного процесса, выражающая значение показателя  $y_t$  в виде линейной комбинации конечного числа предшествующих значений этого показателя и аддитивной случайной составляющей, называется моделью *авторегрессии*.

$$y_t = \alpha + \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.5)$$

где  $\alpha$  - константа,  $\varphi$  - параметр уравнения,  $\varepsilon_t$  - случайная компонента.

Рассмотренные выше методы, за исключением экстраполяции тренда, являются *адаптивными*, т.к. процесс их реализации заключается в вычислении последовательных во времени значений прогнозируемого показателя с учетом степени влияния предыдущих уровней.

*Морфологический метод* разработан известным швейцарским астрономом Ф. Цвикки, работавшим в обсерваториях в штате Калифорния до 1942 г. Три типа проблем, которые по его мнению морфологический анализ способен разрешить:

- какое количество информации об ограниченном круге явлений может быть получено с помощью данного класса приемов?
- какова полная цепочка следствий, вытекающих из определенной причины?
- каковы все возможные методы и приемы решения данной конкретной проблемы?

Ответом на второй вопрос является построение дерева целей на основе теории графов. Ответ на третий вопрос дает изыскательское прогнозирование.

Преждевременная постановка вопроса о ценности наносит ущерб исследованию. Упорядочивание всех решений, в том числе тривиальных, позволяет уйти от стереотипов, структурирует мышление таким образом, что генери-

руется новая информация, ускользающая от внимания при несистематической деятельности.

В морфологическом анализе систематически исследуются все комбинации при проведении качественных изменений основных параметров концепции и посредством этого выявляются возможности новых комбинаций.

Наиболее конструктивным из прикладных направлений системных исследований считается *системный анализ*. "Анализ системы в целом" ("total systems analyses") впервые был разработан корпорацией "РЭНД" в 1948 году для оптимизации сложных задач военного управления. Однако независимо от того, применяется термин «системный анализ» только к определению структуры целей и функций системы, к планированию, разработке основных направлений развития отрасли, предприятия, организации, или к исследованию системы в целом, включая и цели, и оргструктуру, работы по системному анализу отличаются тем, что в них всегда предлагается методика проведения исследования, организации процесса принятия решения, делается попытка выделить этапы исследования или принятия решения и предложить подходы к выполнению этих этапов в конкретных условиях.

Кроме того, в этих работах всегда уделяется особое внимание работе с целями системы: их возникновению, формулированию, детализации (декомпозиции, структуризации), анализу и другим вопросам преобразования (целеполагания). Некоторые авторы даже в определении системного анализа подчеркивают, что это методология исследования целенаправленных систем. При этом разработка методики и выбор методов и приемов выполнения ее этапов базируются на системных представлениях, на использовании закономерностей, классификаций и других результатов, полученных теорией систем.

К методам нормативного технологического прогнозирования относятся *матричные подходы*, используемые для проверки согласования с различными горизонтально

действующими факторами. Двумерные матрицы дают быстрый метод оценки первоочередности того или иного из предполагаемых вариантов. Этому принципу соответствует распространенный в менеджменте метод SWOT анализа, т.е. учет слабых и сильных сторон объекта, угроз и преимуществ во внешней среде.

С точки зрения методики к матричным методам относятся *методы и модели теории игр*. Они применяются в прогнозировании социально-экономических процессов при анализе ситуаций, возникающих вследствие определенных отношений между исследуемой системой и другими противоположными системами. Примером является рассмотрение предприятия (одного игрока) и природы (другого игрока), т.е. реакции и поведения покупателей.

Другой пример связан с деятельностью предприятий и экономической политикой правительства. Распределение дохода является компромиссом между необходимостью централизации доходов и обеспечения экономической самостоятельности предприятий. Стратегия предприятия формируется с учетом суммарного выигрыша, который оно получает от остающейся у него доли дохода и от дополнительных возможностей, предоставляемых ему центром. Стратегия государства состоит в определении доли централизованных доходов, не подрывающих экономических возможностей развития предприятий и в то же время является достаточной для решения общегосударственных задач, в конечном счете имеющих значение и для самих предприятий (3, с.188).

Основной задачей теории игр является разработка рекомендаций по выбору наиболее эффективных решений по управлению процессами в условиях действия неопределенных факторов. К неопределенным относят факторы, о которых исследователь не располагает никакой информацией, они имеют неизвестную природу.

Современный конкурентный мир характеризуется стратегической неопределенностью вследствие участия в

нем множества сторон, имеющих собственные различные цели и недостаточно представляющих стратегии конкурентов. В стратегическом менеджменте конкурентная стратегия должна развиваться в направлении от конфликтных ситуаций к партнерству. При этом каждая сторона должна быть готова пойти на определенные потери и быть уверена, что ее конкурент также готов к потерям (4, с.318).

К методам статистического моделирования относятся *уравнения регрессии*, описывающие взаимосвязи временных рядов независимых признаков и результативных признаков. Прогнозные уровни рассчитываются посредством подстановки в уравнение регрессии прогнозных значений признаков-факторов, которые могут быть получены, например, на основе экстраполяции. Прогнозирование на основе регрессионных моделей может выполняться только после оценки значимости коэффициентов регрессии и проверки модели на адекватность. Вопросы применения регрессионного анализа для целей прогнозирования рассмотрены в главе 4.

Инструментом прогнозирования, учитывающим требования системного подхода к объекту и его количественным характеристикам, являются *эконометрические модели*. Областью их приложения являются макроэкономические процессы на уровне национальной экономики, ее секторов и отраслей, экономики территорий.

Эконометрические исследования берут свое начало от У.Петти, Дж.Граунта, А.Кетле и в этот список можно включить всех статистиков, внесших значительный вклад в изучение массовых экономических явлений посредством количественных измерений.

Развитию некоторых проблем эконометрического моделирования посвящены работы многих экономистов в области экономико-математического моделирования в 50-80-е годы прошлого века.

Логика эконометрических монографий обращена прежде всего к различным приложениям, чем к решению

задач, возникающих в теории. Так построены переведенные на русский язык монографии Г.Тейла и Э.Маленво<sup>5</sup>, ставшие доступными широкому кругу читателей в 70-х годах прошлого века и сыгравшие большую роль в решении прикладных задач.

Систематическому изложению методов теоретической эконометрики посвящена монография Дж.Джонстона "Эконометрические методы"<sup>6</sup>, изданная в 1980 году. Книга содержит многочисленные примеры и результаты, полученные вплоть до конца 70-х годов, после которых начался качественно новый этап развития рыночной экономики.

В течение последних 10 лет эконометрика вошла в учебные планы экономических специальностей вузов России, и также подготовлена необходимая учебная и методическая литература ведущими отечественными статистиками. Основными среди них являются учебники и учебные пособия, разработанные С.А. Айвазяном, В.С. Мхитаряном (1) и И.И. Елисеевой (6).

*Функционально-иерархическое моделирование* представляет согласование отдаленной цели с действиями (функциями), которые необходимо предпринять для ее достижения в настоящем и будущем времени. Впервые идея построения графа по принципу дерева целей была предложена группой исследователей в связи с проблемами принятия решений в промышленности (7). Деревья целей с количественными показателями используются в качестве вспомогательного средства при принятии решений и носят в этом случае название деревьев решений.

Первое крупное применение методики дерева целей к количественным расчетам в области принятия решений было осуществлено отделом военных и космических наук

---

<sup>5</sup> Тейл Г. Экономические прогнозы и принятие решений - М., Статистика, 1971; Маленво Э. Статистические методы эконометрии - М., Статистика, 1975, вып.1; 1976, вып.2.

<sup>6</sup> Джонстон Дж. Эконометрические методы / Пер. с англ. и предисл. А.А. Рывкина. - М.: Статистика, 1980. - 444 с., ил.

компании "Хониуэлл". Схема ПАТТЕРН, первоначально использованная для проблем аэронавтики и космоса, была превращена в универсальную схему, охватывающую все военные и космические сферы деятельности.

*Сетевое моделирование* широко используется в нормативном технологическом прогнозировании. Наибольшую известность приобрел метод критического пути, основанный на использовании сетевых графиков, отражающих различные стадии каждой части проекта, и анализирующий их с целью выбора оптимального пути между начальной и конечной стадиями. В качестве критерия выступают издержки или сроки. Сетевое моделирование используется в качестве вспомогательного инструмента дерева целей.

В основе *метода имитационного моделирования* лежит идея максимального использования всей имеющейся информации о системе. Целью является анализ и прогноз поведения сложной системы со множеством функций, не все из которых количественно выражены.

Имитационное моделирование нашло широкое применение в прогнозировании процессов, анализ которых невозможен на основе прямого эксперимента.

Возможность систематизированного использования подобия в развитии различных объектов лежит в основе *метода исторических аналогий*. Как отмечено Э.Янчем (8, с.221), историческая аналогия всегда играла некоторую осознанную или неосознанную роль при прогнозировании. Впервые результаты систематического использования исторической аналогии к "главным социальным изобретениям XX века, проведенного под эгидой Американской академии искусств и наук, были представлены в книге "Железнодорожная и космическая программы - исследование с позиций исторической аналогии".

При использовании исторических аналогий необходимо иметь в виду:

- успех зависит от правильного выбора объектов сопоставления;
- имеет место историческая обусловленность процессов и явлений;
- нововведения в социально-экономических процессах несут отпечаток национального "стиля".

В прошлом О.Шпенглер и позднее А.Тойнби<sup>7</sup> стремились переосмыслить общественно-историческое развитие человечества в духе теории круговорота локальных цивилизаций. Конец XX века с его гигантскими изменениями привел к столкновению цивилизаций и глобализации.

Метод исторических аналогий достаточно условно можно отнести к формализованным методам, т.к. на стадии выбора он содержит достаточную долю субъективизма, характерную для экспертных методов. Исторические аналогии позволяют решать задачи научно-технического прогнозирования. При этом в качестве источника опережающей информации используются показатели качества аналога, сдвинутые относительно объекта по оси времени. Метод ориентирован на прогноз развития объектов одной природы, поэтому могут использоваться классификации или методы распознавания образов.

Группа методов *опережающей информации* относится к технологическому прогнозированию и связана с мониторингом новейших исследований, результатов и прорывов в различных областях знаний и оценкой накопленных достижений. Методы основаны на свойстве научно-технической информации опережать реализацию достижений в производстве. Для осуществления такой деятельности имеются большие возможности в связи с высоким уровнем развития информационных технологий.

Основным источником информации является патентная и патентно-ассоциируемая информация: патенты, авторские свидетельства, лицензии, каталоги, коммерче-

ская информация. Тенденцией современного мира является сокращение "жизненного цикла" нововведений.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ, 1998.
2. Рабочая книга по прогнозированию / Отв.ред. И.В. Бестужев-Лада. – М.: Мысль, 1982.
3. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие / Под ред. А.Г. Гранберга. М., Финансы статистика, 1990.
4. Минцберг Г., Куинн Дж.Б., Гошал С. Стратегический процесс/ Пер.с англ. под ред. Ю.Н. Каптуревского. – СПб: Питер, 2001. – 688 с., ил.
5. Тихомиров Н.П., Попов В.А. Методы социально-экономического прогнозирования. – М.: Изд-во ВЗПИ, А/О "Росвузнаука", 1992.
6. Эконометрика: Учебник/Под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с., ил.
7. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. Изд. 2-е, перераб. и доп. - М.: "Статистика", 1977. - 200 с. , ил.
8. Янч Э. Прогнозирование научно-технического прогресса. – М.: Прогресс, 1974.

<sup>7</sup> Тойнби А. Постигание истории. М., 1991, с.19.

**Раздел II.**  
**МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ**  
**ПРОГНОЗИРОВАНИЯ**

Глава 3  
**КРИВЫЕ РОСТА**

**3.1. Временной ряд и тренд**

Кривые роста описывают закономерности развития явлений во времени посредством аналитического выравнивания рядов динамики. Ряд динамики – совокупность наблюдений, упорядоченная по возрастанию некоторого признака. Если в качестве такого признака выбрано время, то речь идет о *временном ряде*. Временной ряд отличается от данных об одном временном срезе тем, что в случае временных рядов сама последовательность наблюдений несет в себе важную информацию.

Теория анализа и моделирования одиночных временных рядов достаточно подробно изложена в монографиях Г.Тейла, Е.М. Четыркина, А.А.Френкеля, В.Н.Афанасьева, М.М.Юзбашева (7, 9, 8, 3). Прикладные расчеты Е.М.Четыркина представлены в трудах по финансовой математике. А.А.Френкель иллюстрирует методы расчетами на примере прогнозирования производительности труда в отрасли. Принципиально новые подходы к статистическому анализу временных рядов дано в учебнике по эконометрике, подготовленном коллективом авторов под руководством И.И. Елисейевой. При использовании методов регрессионного анализа необходимо учитывать, что временной ряд не является случайной выборкой из множества независимых наблюдений (некоторой генеральной совокупности). Таким образом, временной ряд – это последовательность упорядоченных во времени числовых показателей, характеризующих уровни состояния и изменения изучаемого явления. Время может быть представлено в виде

*момента* наблюдения или *периода*. Отдельное значение ряда называется уровнем.

Ряд динамики является *интервальным*, если каждый уровень ряда представляет итог развития процесса за соответствующий интервал (период) времени, и *моментным*, если уровни отражают состояние объекта в последовательные моменты времени. Отличие моментных рядов от интервальных состоит в том, что сумма уровней интервального ряда дает реальный кумулятивный результат за весь период, состоящий из интервалов. Сумма уровней моментного ряда содержания не имеет.

По форме представления уровни могут быть выражены *абсолютными, относительными и средними величинами*. Уровни формируются под совокупным воздействием множества длительно и кратковременно действующих факторов и, в том числе, различного рода случайностей.

Таблица 3.1  
Демографические показатели по Республике  
Бурятия

Показатель	2000г.	2001г.	2002г.	2003г.
1.Численность постоянного населения на 1 января, тыс.чел.	1031,9	1026,3	1019,4	1013,5
2.Численность родившихся за год, чел.	11654	11678	12830	12789

Например, по названиям показателей, представленных в таблице 3.1, ясно, что первый показатель является моментным, представлен абсолютной величиной, поэтому сумма уровней не дает содержательной величины. По имеющимся данным невозможно охарактеризовать период 2000-2003 г.г., можно только рассчитать среднюю численность по формуле средней хронологической лишь за три полных года: 2000,2001, 2002 гг.

Средняя численность населения РБ за 2000-2002 гг.

$$= = \frac{1031,9 + 1013,5}{2} + 1026,3 + 1019,4}{3} = 1023,8 \text{ тыс. чел.}$$

Второй показатель выражен также абсолютной величиной и является интервальным, поэтому сумма уровней будет представлять численность родившихся на территории за 2000-2003 гг., а численность родившихся за год в среднем рассчитывается по простой средней.

Численность родившихся за 2000-2003 гг. в РБ = 11654 + 11678 + 12830 + 12789 = 48951 чел.

Среднее число родившихся за год в РБ за 2000-2003 гг. =  $\frac{48951}{4} \approx 12238$  чел.

По исходным данным таблицы 3.1 рассчитаем относительные величины – темпы роста (базисные и цепные). Для первого показателя получим:

$$\text{Темпы роста (базисные)} - \frac{1026,3}{1031,9} \cdot 100\% = 99,46;$$

$$\frac{1019,4}{1031,9} \cdot 100\% = 98,79; \quad \frac{1013,5}{1031,9} \cdot 100\% = 98,22.$$

$$\text{Темпы роста (цепные)} - \frac{1026,3}{1031,9} \cdot 100\% = 99,46;$$

$$\frac{1019,4}{1026,3} \cdot 100\% = 99,33; \quad \frac{1013,5}{1019,4} \cdot 100\% = 99,42.$$

Для второго показателя аналогично рассчитываем темпы роста:

$$\text{Темпы роста (базисные)} - \frac{11678}{11654} \cdot 100\% = 100,2;$$

$$\frac{12830}{11654} \cdot 100\% = 110,09; \quad \frac{12789}{11654} \cdot 100\% = 109,73.$$

$$\text{Темпы роста (цепные)} - \frac{11678}{11654} \cdot 100\% = 100,2;$$

$$\frac{12830}{11678} \cdot 100\% = 109,86; \quad \frac{12789}{12830} \cdot 100\% = 99,68.$$

Относительные величины, базисные и цепные темпы роста, позволяют сравнивать динамику показателей, выраженных в разных единицах измерения. Например, в данном случае первый показатель характеризуется сохранением тенденции снижения численности населения с 1992 г. и измерен в тыс.чел. Второй показатель, напротив, свидетельствует о росте рождаемости и некотором улучшении социально-экономического положения, и выражен в единицах "человек". Поэтому среднегодовые темпы роста, рассчитываемые по средней геометрической, соответственно, равны:

Среднегодовой темп роста численности населения

$$\text{РБ} = \sqrt[3]{\frac{1013,5}{1031,9}} \cdot 100\% = 99,4.$$

Среднегодовой темп роста числа родившихся =

$$= \sqrt[3]{\frac{12789}{11654}} \cdot 100\% = 103,14.$$

Таким образом, в 2000-2003 гг. в Республике Бурятия сохранялось снижение численности населения в среднем за год на 0,6%, но при этом наблюдался рост числа родившихся в среднем на 3,14%. Для полного анализа демографической ситуации этих показателей недостаточно, необходимо исследовать данные о смертности, структуре населения, миграции и т.п. Заметим, что показатели демографии в большей степени сохраняют инерцию и позволяют выявить характер изменения.

Изменение условий развития явления приводит к более или менее интенсивной смене самих факторов, к изменению силы и результативности их воздействия и, в ко-

нечном счете, к вариации уровня изучаемого явления во времени.

Лишь в очень редких случаях в экономике встречаются строго *стационарные ряды*, динамика уровней которых такова, что моменты любого порядка постоянны, т.е. не изменяются во времени. В таких случаях вариацию можно приписать действию только случайных причин.

Таким образом, стационарный процесс  $n$ -го порядка характеризуется постоянными значениями всех своих моментов порядка  $n$  и ниже на всех временных отрезках анализируемого интервала. Для стационарного процесса второго порядка должны выполняться условия, характеризующие равенство для любых двух интервалов времени математических ожиданий, дисперсий и однопорядковых коэффициентов автокорреляций исследуемого процесса.

В статистической литературе уровень временного ряда, характеризующего развитие экономического явления, рассматривается как сумма четырех компонентов, которые непосредственно изолированно не могут быть измерены (ненаблюдаемые компоненты): основная тенденция, циклическая составляющая, сезонная составляющая и случайные колебания.

Под тенденцией развития понимается некоторое общее направление развития, долговременная эволюция. Такая траектория, которую можно представить в виде некоторой функции времени, характеризующей основную закономерность движения во времени и в некоторой мере свободную от случайных воздействий, называется *трендом*. Понятие об уравнении тенденции и название тренд (trend) были введены в статистику английским ученым Гукером в 1902 г. (3, с.17). Тренд – это некоторая аналитическая функция, которая описывает фактическую усредненную для периода наблюдения тенденцию изучаемого процесса во времени, его внешнее проявление. Результат при этом связывается исключительно с ходом времени. Полага-

ется, что время опосредованно выражает влияние основных факторов, механизм влияния при этом не учитывается.

Количественное описание наблюдавшейся тенденции в изменении уровней отдельно рассматриваемого временного ряда (выделение тренда) лежит в основе ряда экстраполяционных методов. Прежде, чем выделить тренд, необходимо проверить гипотезу о наличии тенденции. Во временных рядах социально-экономических явлений может наблюдаться тенденция трех типов.

1. Тенденция среднего уровня, она может быть выражена графически. Аналитическая тенденция выражается некоторой математической функцией  $\bar{x} = f(t)$ , вокруг которой варьируют эмпирические значения исходного временного ряда изучаемого явления. При этом значения, полученные на основе тренда, являются математическими ожиданиями временного ряда.

2. Тенденция дисперсии, она представляет собой тенденцию изменения отклонений эмпирических значений уровней временного ряда от теоретических, полученных по уравнению тренда.

3. Тенденция автокорреляции, выражающая тенденцию изменения корреляционной связи между отдельными, последовательными уровнями временного ряда.

Существуют различные методы обнаружения тенденций:

- **проверка разности средних уровней**

1. Метод разработан для малых выборок при предположении, что они имеют нормальное распределение. Ряд разбивается приблизительно на две равные части, которые рассматриваются как две независимые выборочные совокупности. Для каждой из них рассчитываются средние  $\bar{y}_1$  и  $\bar{y}_2$  и проверяется гипотеза о существенности разности  $\bar{y}_1 - \bar{y}_2$ . Проверка гипотезы опирается на  $t$ -статистику Стьюдента.

$$t_p = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}},$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – число уровней временного ряда, соответственно первой и второй части;

$\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$  – дисперсии уровней ряда. Расчетное значение критерия  $t_p$  сравнивается с его табличным значением  $t_{kp}$  при уровне значимости  $\alpha$  и числе степеней свободы  $\nu = n - 2$ . Если  $t_p > t_{kp}$ , то гипотеза о существенности разности средних уровней двух нормально распределенных совокупностей отвергается, следовательно расхождение между вычисленными средними значимо, существенно и носит неслучайный характер. В этом случае временной ряд имеет тенденцию. В противном случае, если  $t_p \leq t_{kp}$ , разность незначима и ряд не имеет тенденции.

2. Проверяется гипотеза об отсутствии тенденции в дисперсиях во временном ряду посредством проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей. Расчетное значение F-критерия Фишера-Снедекора определяется по формуле:

$$F_p = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}, \text{ если } \sigma_2^2 > \sigma_1^2 \text{ и } F_p = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, \text{ если } \sigma_1^2 > \sigma_2^2.$$

Проверка гипотезы осуществляется на основе сравнения расчетного и критического значений F-критерия, полученного при заданном уровне значимости  $\alpha$  и числе степеней свободы  $\nu_1$  и  $\nu_2$ .

Если  $\sigma_2^2 > \sigma_1^2$ , то  $\nu_1 = n_2 - 1$ ,  $\nu_2 = n_1 - 1$ .

Если  $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ , то  $\nu_1 = n_1 - 1$ ,  $\nu_2 = n_2 - 1$ .

Гипотеза о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей отвергается, если  $F_p > F_{kp}$ . Следовательно, расхождение между вычисленными дисперсиями значимо, носит неслучайный характер и в ряду

динамики существует тенденция в дисперсиях и существует тренд. Данный метод дает приемлемые результаты в случае рядов с монотонной тенденцией.

#### • метод Фостера-Стюарта

Метод дает достаточно надежные результаты и позволяет обнаружить тренд в значении дисперсии уровней, что имеет значение для прогностического анализа. Рассчитываются две характеристики  $u_t$  и  $v_t$ :

$$u_t = \begin{cases} 1, \text{ если } y_t > y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1, \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

$$v_t = \begin{cases} 1, \text{ если } y_t < y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1, \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

После этого находятся две характеристики  $K$  и  $L$ :

$$K = \sum k_t, \text{ где } k_t = u_t + v_t;$$

$$L = \sum l_t, \text{ где } l_t = u_t - v_t.$$

Величина  $(u_t + v_t)$  принимает значения 0 и 1. Сумма  $(u_t + v_t) = 0$ , если  $y_t$  не является ни наибольшим, ни наименьшим среди всех предшествующих. В противном случае  $(u_t + v_t) = 1$ . Следовательно,  $0 \leq K \leq n - 1$ , где  $n$  – число уровней ряда. Если все уровни равны между собой (нулевая дисперсия), т.е.  $y_t = \text{const}$ , то  $K = 0$ . Если они монотонно растут или убывают, или их колебания чередуются, то  $K = n - 1$ .

Величина  $(u_t - v_t)$  принимает значения 0, 1, -1. Следовательно,  $-(n - 1) \leq L \leq n - 1$ , нижний предел соответствует монотонно убывающему ряду, а верхний – монотонно возрастающему.

Если все уровни ряда равны между собой, то  $\sum u_t = 0$ ,  $\sum v_t = 0$  и, значит,  $L = 0$ , в данном случае отсутствует тренд.  $L = 0$  и тогда, когда  $\sum u_t = \sum v_t$ , это наблюдается в случае, если ряд охватывает два периода с противо-



положными тенденциями, либо, если подъем и падение будут чередоваться.

Суммирование производится по всем членам ряда. Величины  $K$  и  $L$  асимптотически нормальны и имеют независимые распределения. Они существенно зависят от расположения уровней во времени. Характеристика  $K$  используется для обнаружения тенденций изменения дисперсии, а характеристика  $L$  – для обнаружения тенденции в средней. С этой целью проверяются гипотезы о том, существенно ли отличаются  $L$  от 0 и  $K$  от  $m$ , где  $m$  – математическое ожидание  $K$ , определенное для случайного расположения уровней во времени. Эти гипотезы проверяются с помощью случайных величин:

$$T_1 = \frac{L-0}{\sigma_2} \text{ и } T_2 = \frac{K-m}{\sigma_1},$$

где  $\sigma_1$  - средняя квадратическая ошибка  $K$ ;  $\sigma_2$  - средняя квадратическая ошибка  $L$ . Величины  $T_1$  и  $T_2$  имеют распределение Стьюдента с  $n-1$  степенями свободы, их расчетные значения сравниваются с табличными, найденными по таблице критических точек распределения Стьюдента с  $n-1$  степенями свободы и при заданном уровне значимости  $\alpha$ . Если  $T_{1расч} > t_{кр}(\alpha_1, n-1)$ , то гипотеза об отсутствии тенденции в средней отклоняется; в противном случае нет оснований ее отвергать, т.е. тренд в первом случае существует, а во втором случае нет. Аналогично, если  $T_{2расч} > t_{кр}(\alpha_2, n-1)$ , то тенденция существует и описывается некоторым трендом. Если же  $|T_{2расч}| < t_{кр}(\alpha, n-1)$ , то нет оснований отвергать гипотезу, тенденция в дисперсии отсутствует. Иллюстрация, примеры расчетов и задания для самостоятельной работы приведены в методическом пособии (2).

- **метод ранговой корреляции**

$$\text{Коэффициент ранговой корреляции } r = 1 - \frac{4Q}{n(n-1)},$$

где  $Q$  – число пар уровней временного ряда, у которых  $y_t > y_{t+i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n-t$ ) для всех  $t=1, 2, \dots, n-1$ ,  $n$  – чис-

ло уровней ряда. Коэффициент ранговой корреляции изменяется в пределах от -1 до +1. Значения  $r$ , близкие к -1, свидетельствуют о наличии отрицательного тренда, близкие к +1 – положительного тренда, близкие к 0 – об отсутствии тренда.

Если изучаемые процессы имеют достаточно продолжительную историю и накоплен фактический материал, позволяющий вскрыть закономерность и тенденции в их развитии, а сами процессы обладают большой инерционностью, то гипотеза о будущем развитии этих процессов в значительной степени может базироваться на анализе прошлого. Инерционность в социально-экономических процессах проявляется двояким образом: как инерционность взаимосвязей, т.е. сохранение в основных чертах механизма формирования явлений и как инерционность в развитии отдельных сторон процессов – темпов, направления, колеблемости основных количественных характеристик.

Степень инерционности зависит от уровня управления. В экономической системе чем ниже уровень в иерархии, тем менее инерционны характеристики объекта. Показатели на макроуровне гораздо более устойчивы, чем на микроуровне, т.к. их развитие происходит под воздействием значительного числа факторов.

Важнейшим условием построения временного ряда является сопоставимость его уровней. Несопоставимость может иметь место вследствие изменения объекта исследования (по территории, структуре, статусу и т.п.), различного времени регистрации данных, применения разных единиц измерения и методик расчета для экономических показателей. При анализе показателей в стоимостном выражении несопоставимость возникает вследствие инфляции, диспаритета цен переходной экономики, рыночных условий в целом.

Показатели, характеризующие тенденцию временного ряда, образуют систему базисных и цепных показате-

лей, подробно изучаемую в курсе общей теории статистики (4).

Циклическая составляющая в динамике ряда может иметь пилообразный или маятниковый характер, выражать долгопериодическую или случайно распределенную во времени колеблемость. Для определения типа колебаний применяются графическое изображение, метод "поворотных точек" Кендала (4, с.491).

Сезонные колебания возникают вследствие смены времени года, носят регулярно повторяющийся характер и обнаруживаются при анализе квартальных или месячных данных.

После установления наличия тенденции во временном ряду необходимо определить тип и характер протекания процесса, выявить в общем виде тенденцию развития в прошлом. Можно выделить монотонно убывающие и возрастающие процессы, имеющие пределы насыщения, экстремумы и точки перегиба. Для определения типа развития социально-экономических процессов и явлений могут быть использованы средний темп роста, способы скользящей средней, адаптивной средней, экспоненциального сглаживания.

Все перечисленные способы являются элементарными приемами статистического анализа. Однако, кроме самостоятельного значения, эти способы могут быть использованы в качестве вспомогательных средств при более обобщенной характеристике временных рядов с помощью формализованного описания или *аналитического выравнивания*.

### 3.2. Кривые роста и их свойства

Кривые роста, описывающие закономерности развития явлений во времени, получают путем аналитического выравнивания временных рядов. Они представляют одnofакторные модели прогнозирования; фактором выступа-

ет время. Выравнивание ряда с помощью тех или иных функций в большинстве случаев оказывается удобным средством описания эмпирических данных, характеризующих развитие во времени исследуемого явления. Использованию кривых роста должен предшествовать содержательный анализ явления с целью выяснения возможности экстраполяции тенденций.

Кривые роста часто используются в исследовании динамики реальных процессов различной природы. Они применяются при анализе миграционных процессов в человеческом и биологических сообществах

Аналитическое выравнивание состоит из следующих этапов:

1) выбор типа кривой, форма которой соответствует характеру изменения временного ряда;

2) определение численных значений (оценивание) параметров кривой.

Найденная функция позволяет получить выравненные уровни ряда. Выбор типа кривой предполагает знакомство с основными видами кривых и изучение их основных свойств. Основным интересом представляют преобразования приростов, которые можно представить в виде линейной функции. Эти характеристики используются при выборе вида кривой роста.

Основные типы кривых роста подробно описаны и иллюстрированы графически в монографии Е.М. Четыркина (9):

1. Полиномы (многочлены).
2. Экспоненты.
3. Логистические кривые.

Общий вид многочлена :

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_k t^k, \quad (3.1)$$

где  $a_0, a_1, a_2, \dots$  – параметры многочленов,  $t$  – независимая переменная,  $k$  – показатель степени многочлена. Параметры полиномов невысоких степеней могут быть интерпре-

тированы в зависимости от содержания ряда динамики. Их можно характеризовать как : параметр  $a_0$  – уровень ряда при  $t=0$ , параметр  $a_1$  – скорость роста, параметр  $a_2$  – ускорение роста, параметр  $a_3$  – изменение ускорения.

Действительно, полином первой степени на графике представляет прямую, т.е. предполагается постоянство приростов ординат.

$$\begin{aligned} y_t &= a_0 + a_1 t, & (3.2) \\ y_t(0) &= a_0, \\ u_t^{(1)} &= y_t - y_{t-1} = a_0 + a_1 t - a_0 - a_1(t-1) = a_1 = \text{const}. \\ u_t^{(2)} &= 0 \end{aligned}$$

Линейная зависимость может иметь место в процессах экстенсивного развития, однако это не может происходить в течение длительного периода. Со временем скорость изменяется и либо происходит ускорение, либо спад.

Полином второй степени характеризует динамику с равномерными приростами, положительными для одной ветви параболы и отрицательными для другой. Легко показать, что приросты (первые конечные разности ординат параболы) могут быть охарактеризованы уравнением прямой:

$$u_t^{(1)} = y_t - y_{t-1} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 - a_0 - a_1(t-1) - a_2(t-1)^2 = (a_1 - a_2) + 2a_2 t.$$

Соответственно приросты второго порядка (вторые разности) постоянны:

$$u_t^{(2)} = u_t^{(1)} - u_{t-1}^{(1)} = 2a_2.$$

Парабола второй степени применима для описания процессов, характеризующихся равноускоренным ростом или равноускоренным снижением. Если параметр  $a_2 > 0$ , то ветви направлены вверх, функция имеет минимум. Если  $a_2 < 0$ , то ветви направлены вниз и парабола имеет максимум. Параметры  $a_0$  и  $a_1$  не влияют на форму кривой, а только определяют ее положение в пространстве.

У параболы третьей степени знак прироста ординат может меняться один или два раза. Первые разности орди-

нат при нанесении на график представляют собой ординаты параболы второго порядка, т.е.

$$u_t^{(1)} = (a_1 - a_2 + a_3) + (2a_2 - 3a_3)t + 3a_3 t^2.$$

Вторые разности изменяются линейно:

$$u_t^{(2)} = (2a_2 - 6a_3) + 6a_3 t.$$

Разности третьего порядка являются постоянными:

$$u_t^{(3)} = 6a_3.$$

Простая экспоненциальная кривая является показательной функцией и имеет следующий вид:

$$y_t = ab^t. \quad (3.3)$$

Кривая характеризуется постоянными темпами роста и прироста. Темп роста будет равен

$$\tau_p = \frac{ab^t}{ab^{t-1}} = b = \text{const}, \quad \text{темп прироста равен}$$

$$\tau_{np} = \frac{ab^t - ab^{t-1}}{ab^{t-1}} = b - 1 = \text{const}. \text{ Если } b > 1, \text{ то функция явля-}$$

ется возрастающей с ростом  $t$  и убывающей при  $b < 1$ . Логарифмирование обеих частей функции (3.2) приводит к линейной зависимости от  $t$ :

$$\log y_t = \log a + t \log b.$$

После обозначения  $\alpha = \log a$  и  $\beta = \log b$  получаем:

$$\log y_t = \alpha + \beta t.$$

Экспоненциальный характер наблюдается после достижения определенного уровня присуще многим процессам при достижении определенного уровня

Более сложной является зависимость, называемая *логарифмической параболой*:

$$y_t = ab^t c^{t^2}. \quad (3.4)$$

Логарифмирование обеих частей выражения приводит к виду:

$$\log y_t = \log a + t \log b + t^2 \log c,$$

называемому логарифмической параболой. Темп прироста этой кривой равен отношению первой производной к ординате (7, с.24). Поэтому темп прироста примет вид:

$$\tau_{np}^* = \frac{y'_t}{y_t} = \frac{ab^t c^{t^2} \ln b + 2b^t c^{t^2} t \ln c}{ab^t c^{t^2}} = \ln b + 2t \ln c,$$

т.е. темп линейно зависит от времени.

Многочлены не имеют асимптот, а экспоненциальная и логарифмическая параболы имеют асимптоты. У экспоненциальной кривой  $y_t \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow -\infty$ , если  $b > 1$ , и  $y_t \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ , если  $b < 1$ .

Достаточно часто динамика социально-экономических процессов такова, что наблюдается тенденция замедления темпов роста и имеет место насыщение. Например, расходы домохозяйств на продукты питания по мере роста доходов характеризуются насыщением. В таких случаях кривая должна иметь асимптоту, отличную от нуля. Такому условию удовлетворяет *модифицированная экспонента*, имеющая вид:

$$y_t = k + ab^t. \quad (3.5)$$

Кривая отличается от обычной экспоненты сдвигом по оси ординат на величину  $k$ , поэтому имеет горизонтальную асимптоту  $y = k$ , ее линия стремится к асимптоте либо при  $t \rightarrow \infty$ , либо при  $t \rightarrow -\infty$ . Параметр  $a$  равен разности между ординатой кривой (при  $t = 0$ ) и асимптотой. Если параметр  $a$  отрицателен, то асимптота находится выше кривой, если  $a$  положителен, то асимптота проходит ниже ее. Параметр  $b$  равен отношению последовательных приростов. Чаще всего встречается кривая с параметрами  $a < 0$  и  $b < 1$ .

Особенность модифицированной экспоненты заключается в том, что отношения последовательных приростов при равномерном распределении ординат по оси времени постоянны:

$$\frac{u_{t_2}}{u_{t_1}} = \frac{u_{t_3}}{u_{t_2}} = \dots = \frac{u_{t_n}}{u_{t_{n-1}}} = \frac{(k + ab^{t_1}) - (k + ab^{t_1-1})}{(k + ab^{t_1-1}) - (k + ab^{t_1-2})} = b = const$$

А логарифмы приростов ординат кривой линейно зависят от переменной  $t$ . Действительно,

$$u_t = y_t - y_{t-1} = ab^{t-1}(b-1).$$

Откуда

$$\log u_t = \log a + \log(b-1) + (t-1)\log b.$$

В демографических расчетах и некоторых расчетах в области страхового бизнеса используется S – образная кривая, или *кривая Гомперца*:

$$y_t = ka^{b^t}. \quad (3.6)$$

Наибольшее применение находит кривая, у которой  $\log a < 0$  и  $b < 1$ . Траектория кривой имеет четыре различных этапа. На первом этапе прирост медленно увеличивается с ростом  $t$ , затем скорость возрастает, затем после прохождения точки перегиба приросты начинают уменьшаться и, наконец, вблизи от асимптоты приросты снова замедляются.

Кривая Гомперца имеет особенность: отношение последовательных приростов ординат в логарифмах постоянно.

$$\frac{\log y_{t+1} - \log y_t}{\log y_t - \log y_{t-1}} = \frac{\log a \cdot (b^{t+1} - b^t)}{\log a \cdot (b^t - b^{t-1})} = b = const.$$

Логарифмирование выражения (3.5) приводит к известной модифицированной экспоненте:

$$\log y_t = \log k + b^t \log a.$$

Для нахождения линейного преобразования характеристик приростов и уровней относительно  $t$  можно определить темп прироста с помощью производной:

$$\tau_{np}^* = \frac{ka^{b^t} b^t \ln a \ln b}{ka^{b^t}} = b^t \ln a \ln b.$$

Логарифмирование полученного результата дает линейное выражение:

$$\ln \tau_{np}^* = \ln(\ln a) + \ln(\ln b) + t \cdot \ln b.$$

Если в модифицированной экспоненте (3.4)  $y_t$  заменить обратной величиной  $\frac{1}{y_t}$ , то преобразованное выражение дает *логистическую кривую*:

$$\frac{1}{y_t} = k + ab^t \quad (3.7)$$

Логистическая кривая, или *кривая Перла-Рида* записывается в виде:

$$y_t = \frac{k}{1 + be^{f(t)}}, \quad (3.8)$$

где  $e$ - основание натуральных логарифмов,  $f(t)$ - функция от  $t$ , например,  $f(t) = -at$ . Тогда

$$y_t = \frac{k}{1 + be^{-at}}. \quad (3.9)$$

Если  $b=1$ , а вместо основания натуральных логарифмов взять основание десятичных логарифмов и положить  $f(t) = a + bt$ , то получится логистическая кривая, центрально симметричная относительно точки перегиба:

$$y_t = \frac{k}{1 + 10^{a+bt}}. \quad (3.10)$$

При  $t \rightarrow -\infty$  ордината стремится к нулю, а при  $t \rightarrow +\infty$  ордината стремится к асимптоте. Если взять вторую производную от  $y_t$  по времени для функции (3.8) и приравнять ее нулю, то местоположение точки перегиба кривой  $t = \ln b : a$ , в этой точке  $y_t = k : 2$

Преобразование приростов и ординат кривой, линейное относительно  $t$ , находится вычислением производной функции (3.8):

$$y_t' = -\frac{kbe^{-at}(-a)}{(1 + be^{-at})^2}.$$

Полученное выражение легко приводится к линейному относительно  $t$  делением на  $y_t^2$  и логарифмированием полученного результата:

$$\ln \frac{y_t'}{y_t^2} = \ln a \cdot b - at.$$

Рассмотренные кривые могут описывать процессы технологического развития, расширения товарных рынков, реализации инвестиционных проектов.

### 3.3. Выбор формы кривой

Корректный выбор формы кривой определяет результаты экстраполяции тренда. Оптимальным подходом к решению данной проблемы был бы предварительный анализ изучаемого процесса по существу, его внутренней структуры и логики, взаимосвязи с внешней средой. В большинстве случаев исследователь не располагает характеристикой динамики процесса с необходимой степенью детализации, которая требуется для выбора кривой.

Стоит отметить, что динамика социально-экономической системы в переходный период нестабильна, подвержена значительным колебаниям вследствие высокой инфляции, кризиса в финансовой сфере, бюджетного дефицита и т.п. Практически отсутствует инерция, необходимая для экстраполяции. Продолжительность самого периода реформ недостаточна для серьезных прогнозных расчетов на основе экстраполяции.

Экстраполяционные расчеты могут выполняться по данным наблюдений за сравнительно небольшие периоды, например, квартал или месяц. Однако в таких случаях сле-

дует учитывать сезонность в динамике некоторых показателей.

Обязательным является содержательный анализ, предшествующий и сопутствующий эмпирическому подходу. Простейшим начальным подходом является визуальный выбор формы на основе графического изображения ряда динамики. При таком выборе возможен субъективизм исследователя, но при относительно простой конфигурации и с учетом результатов содержательного анализа визуальный выбор дает вполне приемлемые результаты.

Другим способом является метод последовательных разностей. Он основан на предположении о том, что уровень ряда может быть представлен как сумма двух компонент:

$$y_t = \mathcal{F}_t + \varepsilon_t,$$

где  $\mathcal{F}_t$  - структурная (систематическая), а  $\varepsilon_t$  - случайная компонента. Последовательные разности величин  $y_t$  стремятся к пределу. На некотором этапе расчета можно получить разности, которые будут представлять независимые случайные величины с одинаковой дисперсией. Пусть тренд соответствует полиному  $k$ -ой степени. Разности ординат  $k$ -го порядка тогда постоянны, т.е. равны друг другу, а разности  $k+1$ -го порядка равны нулю. Поэтому примерное равенство последовательных разностей уровней ряда рассматривается как симптом того, что  $y_t$  следует в своем развитии полиному соответствующей степени.

В соответствии с этим методом исчисляются первые, вторые и т.д. разности уровней ряда, т.е.:

$$\begin{aligned} u_t^{(1)} &= y_t - y_{t-1}; \\ u_t^{(2)} &= u_t^{(1)} - u_{t-1}^{(1)}; \\ u_t^{(3)} &= u_t^{(2)} - u_{t-1}^{(2)} \\ &\text{и т.д.} \end{aligned}$$

Расчет ведется до тех пор, пока разности не будут примерно равными друг другу. Порядок таких разностей принимается за степень искомого полинома. Так, если

примерно близкими друг другу оказываются первые разности, то для выравнивания берется полином первой степени, т.е. линейная зависимость. Если примерно одну и ту же величину имеют вторые разности, то выбирается полином второй степени или парабола и т.д.

И наконец при выборе формы кривой исходят из значений принятого критерия. Обычно используется метод наименьших квадратов, т.е. критерием является сумма квадратов отклонений фактических значений уровня от расчетных, полученных выравниванием. Из совокупности кривых выбирается такая кривая, которой соответствует минимальное значение критерия.

Однако однозначно выбрать адекватную кривую достаточно сложно. К ряду, состоящему из  $m$  точек, можно так подобрать один многочлен степени  $m - 1$ , что соответствующая кривая будет проходить через все  $m$  точек. Существуют многочлены более высоких степеней, которые также проходят через все точки, но вряд ли в данных случаях можно говорить о выделении тенденции и применении ее в прогнозировании.

В большинстве случаев практически приемлемым является метод, основанный на сравнении характеристик изменения приростов временного ряда с соответствующими характеристиками кривых роста. Для выравнивания выбирается та кривая, закон изменения прироста которой наиболее близок к закономерности изменения фактических данных.

Метод характеристик прироста включает процедуру предварительной статистической обработки ряда и собственно выбор формы кривой. Предварительная обработка включает следующее: 1) сглаживание ряда по скользящей средней; 2) определение средних приростов; 3) определение ряда производных характеристик прироста.

Сглаживание ряда по скользящей средней является механическим выравниванием и заменяет эмпирические уровни расчетными средними, имеющими меньшую ко-

леблемость. В результате выявляется тенденция изменения временного ряда.

При рассмотрении свойств кривых роста в 3.2. были найдены различные преобразования приростов. Для каждой кривой можно найти такое преобразование  $u_t$ , которое характеризуется линейным уравнением относительно  $t$ . Аналогичные характеристики приростов можно определить и для эмпирических рядов (9, с.55). В этом случае вместо прироста  $u_t$  нужно взять средний прирост  $\bar{u}_t$ . Если какая-либо из найденных по наблюдениям характеристик показывает близкое к линейному развитие во времени, то это служит симптомом того, что тенденция развития может быть описана с помощью соответствующей кривой. В качестве таких характеристик приростов используются:

$$\bar{u}_t, \bar{u}_t^{(2)}, \frac{\bar{u}_t}{\bar{y}_t}, \log \bar{u}_t, \log \frac{\bar{u}_t}{\bar{y}_t}, \log \frac{\bar{u}_t}{\bar{y}_t^2}.$$

Таблица 3.2

Описание показателей, рассчитанных по средним приростам для основных типов кривых

Показатель	Характер изменения показателей во времени	Вид кривой
$\bar{u}_t$	Постоянные	Линейная зависимость $y_t = a_0 + a_1 t$
$\bar{u}_t$	Линейно изменяются	Полином второй степени $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$
$\frac{\bar{u}_t}{\bar{y}_t}$	Постоянные	Экспонента $y_t = ab^t$

$\frac{\bar{u}_t}{\bar{y}_t}$	Постоянные	Экспонента $y_t = ab^t$
$\frac{\bar{u}_t}{\bar{y}_t}$	Линейно изменяются	Логарифмическая парабола $y_t = ab^t c^{t^2}$
$\log \bar{u}_t$	Линейно изменяются	Модифицированная экспонента $y_t = k + ab^t$
$\log \frac{\bar{u}_t}{\bar{y}_t}$	Линейно изменяются	Кривая Гомперца $y_t = ka^{b^t}$
$\log \frac{\bar{u}_t}{\bar{y}_t^2}$	Линейно изменяются	Логистическая кривая $\frac{1}{y_t} = k + ab^t; y_t = \frac{k}{1 + be^{-at}}$

В таблице приведены наиболее часто используемые кривые и указываются соответствующие признаки, по которым можно определить, какой вид кривых подходит для выравнивания. В некоторых случаях последние три характеристики не могут быть получены для некоторых  $t$ , поскольку значения  $u_t$  оказываются отрицательными. Это происходит тогда, когда значения отдельных наблюдений существенно отличаются от остальных данных. Чтобы уменьшить такой разрыв и выявить примерную тенденцию, можно воспользоваться одним из следующих приемов: 1) увеличить интервал усреднения, принятый для скользящей средней; 2) заменить "аномальные" данные расчетными величинами, например, средними из уровней, предшествующих  $y_t$  и следующих за ним (обычно достаточно взять по два уровня до и после момента  $t$ ).

При анализе убывающих значений уровней рядов средние приросты будут в основном отрицательными величинами. Для расчета логарифмических характеристик приростов, чтобы основания логарифмов были положительными, можно начинать в обратном порядке, с конца ряда.

Также при выборе формы кривой можно учитывать дополнительные признаки:

- если первые разности имеют тенденцию уменьшаться с постоянным темпом, то следует остановиться на модифицированной экспоненте; если они образуют кривую, напоминающую асимметричное одновершинное распределение численности (с вершиной, сдвинутой влево), то следует обратиться к кривой Гомперца и, наконец, если распределение первых разностей по форме близко к нормальному, то выбирается логистическая кривая;

- если средние уровни, нанесенные на полулогарифмическую бумагу, близки к прямой линии, то предпочтительна простая экспонента, если же эти уровни образуют кривую, близкую к модифицированной экспоненте, то следует выбрать кривую Гомперца;

- если первые разности логарифмов уровней примерно постоянны, то выравнивание лучше вести по экспоненциальной кривой, а если они изменяются с постоянным темпом, то по кривой Гомперца;

- если первые разности обратных значений средних уровней изменяются на один и тот же процент, то предпочтительнее остановиться на логистической кривой.

При выборе величины периода, за который анализируются уровни, следует учитывать, что слишком малый период не дает возможности вообще обнаружить тенденцию, как и слишком большой период может скрывать в себе тенденцию. Если имеется долговременный циклический характер в тенденции, то для ее выявления лучше взять период от середины первого цикла до середины последнего.

Между числом параметров в уравнении тренда и числом наблюдений должно быть соответствие, при этом большое число параметров увеличивает доверительный интервал при экстраполяции.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ, 1998.

2. Антохонова И.В., Батуева А.Д. Методы обнаружения тенденции и простейшие приемы анализа временных рядов. Методическое пособие и указания к выполнению индивидуальных заданий по курсу "Экономическое прогнозирование". – Улан-Удэ, 1999.

3. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование: Учебник. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 228 с.:ил.

4. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики: Учебник/ Под ред. И.И. Елисеевой. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 656 с.:ил.

5. Иванова В.М. Основы эконометрики: Учебное пособие/Моск.эконом.-стат.ин-т. – М., 1995.

6. Статистическое моделирование и прогнозирование: Учеб.пособие/ Г.М. Гамбаров, Н.М.Журавель, Ю.Г. Королев и др.; Под ред.А.Г. Гранберга. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 383 с.: ил.

7. Тейл Г. Прикладное экономическое прогнозирование (Пер.с англ.). - М., "Прогресс", 1970.

8. Френкель А.А. Прогнозирование производительности труда: методы и модели. - М.: Экономика, 1989.

9. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. Изд. 2-е, перераб. и доп. - М., "Статистика", 1977. 200 с. : ил.

10. Эконометрика: Учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.: ил.



## ОСНОВЫ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

### 4.1. Функциональная и стохастическая зависимости

Принципиальная идея, с которой сталкивается исследователь социально-экономических процессов и явлений, - это понимание природы взаимосвязей между экономическими переменными. Формирующийся на рынке спрос на определенный товар рассматривается как функция цены, доходность активов зависит от степени риска вложений, потребительские расходы могут быть функцией от доходов.

В процессе статистического анализа и прогнозирования социально-экономических явлений необходимо количественно описать самые существенные взаимосвязи. Для достоверного отражения сущности и характера явлений и процессов следует выявлять причинно-следственные отношения. Причинная связь характеризуется временной последовательностью причины и следствия: причина всегда предшествует следствию. Однако для корректного понимания следует исключать совпадения событий, не имеющих причинной взаимосвязи.

Многие социально-экономические явления представляют результат одновременно и совокупно действующих причин. В таких случаях отделяются главные причины от второстепенных, несущественных.

Между явлениями различают два вида зависимостей: *функциональную*, или жестко детерминированную, и *статистическую*, или стохастически детерминированную. При функциональной зависимости каждому значению независимой переменной  $x$  однозначно соответствует вполне определенное значение зависимой переменной  $y$ . Эту зависимость можно описать в виде равенства  $y = f(x)$ . приме-

ром такой зависимости могут быть законы механики, справедливые для каждой отдельно взятой единицы совокупности без случайных отклонений.

*Статистическая*, или *стохастическая* зависимость, проявляется только в массовых явлениях, при большом числе единиц совокупности. При стохастической зависимости для заданных значений независимой переменной  $x$  можно указать ряд значений  $y$ , случайно рассеянных в интервале. Каждому фиксированному значению аргумента соответствует определенное статистическое распределение значений функции. Это связано с тем, что зависимая переменная, кроме выделенной переменной  $x$ , подвержена влиянию также других неконтролируемых или неучтенных факторов, а также с тем, что накладываются ошибки измерения. ( 2, с.12). Поскольку значения зависимой переменной подвержены случайному разбросу, они не могут быть предсказаны с достаточной точностью, а только указаны с определенной вероятностью. Появляющиеся значения зависимой переменной являются реализациями случайной величины.

Односторонняя стохастическая зависимость одной случайной переменной от другой или нескольких других случайных переменных рассматривается как регрессия. Функция, при помощи которой выражается односторонняя стохастическая зависимость, называется функцией регрессии или просто регрессией.

Существует различие между функциональной зависимостью и регрессией. Кроме того, что переменная  $x$  при функциональной зависимости  $y = f(x)$  полностью определяет значение функции  $y$ , функция обратима, т.е. существует обратная функция  $x = f(y)$ . Функция регрессии таким свойством не обладает. Только в предельном случае, когда стохастическая зависимость переходит в функциональную зависимость, из одного уравнения регрессии можно перейти в другое.

Формализация вида уравнения регрессии неадекватна целям, связанным с измерениями в экономике и с анализом тех или иных форм зависимостей между переменными. Решение подобных задач становится возможным в результате введения в экономические соотношения стохастического члена:

$$\hat{y} = f(x) + u.$$

При изучении зависимостей следует иметь в виду, что функция регрессии только формально устанавливает соответствие между переменными, в то время как они могут не состоять в причинно-следственных отношениях. В этом случае могут возникнуть ложные регрессии вследствие случайных совпадений в вариациях переменных, которые не имеют содержательного смысла. Поэтому обязательным этапом перед подбором уравнения регрессии является качественный анализ зависимости между независимой переменной  $x$  и зависимой переменной  $y$ , основанный на предварительных гипотезах.

#### 4.2. Классификация видов регрессии

Относительно числа явлений (переменных), учитываемых в регрессии, различаются:

1. **Простая (парная) регрессия**, т.е. регрессия между двумя переменными. Одна переменная, подлежащая объяснению, является зависимой, результативной переменной или *регрессандом*. Другая независимая переменная, предсказывающая изменение зависимой, является факторным признаком или *регрессором*. Таким образом, простая регрессия есть односторонняя стохастическая зависимость результативной переменной только от одной объясняющей переменной. В уравнении

$$\hat{y} = f(x) \quad (4.1)$$

справа находится оценка зависимой переменной, полученная на основе уравнения при некоторых усредненных условиях.

2. **Множественная регрессия**, т.е. зависимость между переменной  $y$  и несколькими причинно обусловленными объясняющими переменными  $x_1, x_2, \dots, x_m$ . Функция регрессии  $\hat{y} = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ . С помощью функции регрессии количественно оценивается усредненная зависимость между исследуемыми переменными.

Случайная переменная  $u$ ,

$$u = y - \hat{y},$$

характеризует величину отклонения переменной  $y$  от величины  $\hat{y}$ , вычисленной по функции регрессии  $\hat{y} = f(x)$ . Случайная переменная  $u$  называется возмущающей или, кратко, возмущением. Она включает влияние неучтенных факторов, случайных помех и ошибок измерения. Отдельные значения возмущающей переменной ведут себя случайным образом или рандомизированно.

Зависимую переменную  $y$  можно представить в виде:

$$y = \hat{y} + u,$$

или с учетом (2.1)

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m) + u.$$

Такой вид записи позволяет интерпретировать случайную переменную  $u$  как учитывающую неправильную спецификацию функции регрессии, т.е. неправильный вид уравнения, описывающего зависимость.

Благодаря введению случайной переменной  $u$ , переменная  $y$  также становится случайной, поскольку ей нельзя при заданных значениях объясняющих переменных  $x_1, x_2, \dots, x_m$  поставить в соответствие только одно определенное значение.

Относительно формы зависимости между переменными различаются:

1. **Линейная регрессия** с линейной зависимостью между переменными. В случае парной линейной регрессии уравнение имеет вид:

$$\mathcal{F} = a_0 + a_1x, \quad (4.2)$$

где  $x$  – объясняющая переменная. Коэффициенты  $a_0$  и  $a_1$  являются оценками соответствующих параметров регрессии

При исследовании зависимости одной переменной от нескольких объясняющих переменных  $x_1, x_2, \dots, x_m$  при линейной зависимости уравнение регрессии принимает вид:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m. \quad (4.3)$$

Переменные  $x_1, x_2, \dots, x_m$  оказывают совместное влияние на зависимую переменную  $y$ .

**2. Нелинейная регрессия** с нелинейными зависимостями в уравнении регрессии. Различают два класса нелинейных регрессий. К первому классу относят регрессии, нелинейные относительно включенных в уравнение объясняющих переменных  $x_k$ , но линейных относительно оцениваемых параметров  $a_k$ . Эти регрессии называются **квазилинейными или существенно линейными регрессиями**. Преимущество таких уравнений в том, что для них остаются в силе все предпосылки классического линейного регрессионного анализа. Параметры оцениваются непосредственно обычным методом наименьших квадратов.

Примером данного типа регрессий являются полиномы разных степеней  $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3 + u$ ; гиперболы  $y = a + \frac{b}{x} + u$ .

В общем виде квазилинейная регрессия записывается в виде:

$$\mathcal{F} = a_0 + a_1F_1(x) + a_2F_2(x) + \dots + a_pF_p(x), \quad (4.4)$$

где  $F_1(x), F_2(x), \dots$  – функции от объясняющих переменных. Они не содержат других параметров. Это могут быть функции:  $F_1(x) = \sin x, F_2(x) = \frac{1}{x}$  и пр. Квазилинейную

функцию для удобства можно представить в виде линейной множественной регрессии, проведя замену переменных. Например, в полиноме  $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3 + u$  заменим  $x = z_1; x^2 = z_2; x^3 = z_3; a = a_0; b = a_1; c = a_2; d = a_3$ . Тогда уравнение можно записать в виде:

$$\mathcal{F} = a_0 + a_1z_1 + a_2z_2 + a_3z_3.$$

Второй класс регрессий характеризуется нелинейностью по оцениваемым параметрам. Эти регрессии называются **существенно нелинейными регрессиями**. Оценить параметры обычным методом наименьших квадратов невозможно, т.к. имеют место нелинейные уравнения относительно неизвестных параметров.

Существенно нелинейными регрессиями являются следующие функции, наиболее часто используемые для описания экономических процессов:

$$\text{степенная функция } \mathcal{F} = ax^b; \quad (4.5)$$

$$\text{показательная функция } \mathcal{F} = ab^x; \quad (4.6)$$

$$\text{логистическая функция } \mathcal{F} = \frac{a}{1 + be^{-cx}},$$

$$\text{или } y = \frac{a}{1 + e^{b-cx}} \quad (4.7)$$

Использование регрессий данного класса связано с вычислительными трудностями, т.к. эти уравнения не допускают непосредственного применения обычного метода наименьших квадратов. Линеаризация уравнения осуществляется посредством логарифмирования, для функции (4) преобразование имеет следующий вид:

$$\log \mathcal{F} = \log a + b \cdot \log x. \quad (4.8)$$

При замене  $\log \mathcal{F} = \mathcal{F}; \log a = b_0; \log x = u$ , уравнение (4.8) принимает вид линейной функции  $z = b_0 + bu$ . Логарифмирование показательной функции

(4.6) приводит к выражению  $\log \mathcal{F} = \log a + x \log b$ , а логистической соответственно:

$$\ln(a / \mathcal{F} - 1) = \ln b - cx,$$

$$\ln(a / \mathcal{F} - 1) = b - cx.$$

Нелинейные регрессии второго класса представляют большой экономический интерес. Наибольшую известность из них приобрели производственные функции. Более подробно с точки зрения прикладных аспектов они рассмотрены в следующем разделе в главе "Прогнозирование экономического роста".

#### 4.3. Исходные предпосылки регрессионного анализа и свойства оценок

Изучение статистической зависимости требует достаточно большого объема информации, а именно - данных по достаточно большой совокупности единиц наблюдения. В соответствии с законом больших чисел случайность исчезает тем в большей степени, чем больше единиц наблюдения подвергается обследованию.

Также исследование взаимосвязей между переменными, представляющими значения признаков у единиц совокупности, предполагает однородность совокупности. То есть единицы совокупности должны обладать по крайней мере несколькими общими признаками.

Использование обыкновенного метода наименьших квадратов требует выполнения определенных допущений или предпосылок относительно основных компонентов модели. Условием применения метода наименьших квадратов является соответствие распределения единиц совокупности по зависимому и независимому признаку нормальному закону. Пусть ставится задача описания в виде некоторой функции взаимосвязи двух переменных  $x$  и  $y$ . Предположим, что между этими переменными теоретически существует простейшая линейная зависимость:

$$\mathcal{F} = \alpha + \beta x, \quad (4.9)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  - постоянные неизвестные и подлежащие оценке коэффициенты (параметры),  $x$  - независимая переменная (регрессор),  $y$  - зависимая переменная (регрессанд).

В действительности, на практике между  $x$  и  $y$  невозможно установить жесткую зависимость. Если она может быть представлена, например, в виде линейной взаимосвязи, то отдельные наблюдения  $y$  будут в большей или меньшей мере отклоняться от линейной взаимосвязи в силу воздействия различных неучтенных факторов, случайных причин, помех и т.п. Отклонения от теоретических значений, естественно, могут возникнуть и в силу неправильной спецификации уравнения, описывающего эту взаимосвязь.

Учитывая возможные отклонения, уравнение взаимосвязи двух переменных можно представить в виде:

$$y = \alpha + \beta x + u,$$

где  $u$  - случайная переменная, называемая возмущением и уже описанная в 4.2. Возмущение представляет аддитивную составляющую, учитывающую ошибки измерения и ошибки спецификации.

При проведении расчетов по специфицированной функции и после нахождения параметров определяются оценки возмущения или случайных остатков. Они не являются реальными случайными остатками, а лишь некоторой выборочной реализацией  $u$ . При изменении спецификации модели, добавлении новых факторов и наблюдений выборочные оценки остатков будут меняться. Поэтому при использовании метода наименьших квадратов (МНК) относительно компонентов регрессии, в том числе возмущения, предварительно формулируются предпосылки.

Предпосылки регрессионного анализа приводятся в учебных изданиях (2, 7, 8). Наиболее систематизированный вид они имеют в пособии В.М. Ивановой (2, с.39).

Основные предпосылки касаются случайной переменной и определяют гомоскедастичность или гетероскедастичность оценок. Предпосылки относительно случайной составляющей имеют предварительный характер. После построения уравнения регрессии осуществляется проверка наличия тех свойств, которые предполагались. В таких случаях речь идет о случайных остатках, исходя из того, что  $u = y - \hat{y}$ . Комплекс наиболее важных предположений можно свести к следующим положениям.

1. Возмущающая переменная  $u$  является случайной величиной и нормально распределена.

2. Математическое ожидание возмущения  $M(u) = 0$ , т.е. средняя величина остатков равна нулю.

3. Дисперсия возмущений  $\tau_u^2 = const$  (свойство *гомоскедастичности*).

4. Возмущения свободны от автокорреляции, т.е. последовательные значения  $u$  не зависят друг от друга.

5. Матрица  $X$  имеет полный ранг и свободна от экстремальной коллинеарности.

6. Объём наблюдений больше числа факторных признаков ( $n > m$ ).

7. Объясняющие переменные не коррелируют с возмущающей переменной.

*Предпосылка 1.* При построении регрессии предполагается, что зависимый признак  $y$  зависит только от тех объясняющих переменных  $x_k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ), которые включены в регрессию. Возмущающая переменная распределена нормально с параметрами  $N(0, \sigma_u^2)$  и не оказывает существенного влияния на переменную  $y$ . Это одновременно означает, что переменные  $y$  и  $x_k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ) распределены нормально. При нахождении параметров уравнения регрессии соблюдение этой предпосылки не требуется. Однако это необходимо при проверке значимости уравне-

ния регрессии и параметров уравнения, а также при построении доверительных интервалов.

*Предпосылка 2.* Суммарный эффект от воздействия на зависимую переменную неуточненных факторов-причин и случайностей учитывается возмущающей переменной. При интерпретации значений регрессии  $\hat{y}$  указывается, что это такие значения переменной  $y$ , которые можно было бы ожидать в среднем для заданных значений переменных  $x_k$ , т.е. средний уровень переменной  $y$  определяется только функцией (4.9) и возмущающая переменная не коррелирует со значениями регрессии. Следовательно, среднее значение переменной  $y$  при фиксированных значениях переменных  $x_k$  (условное математическое ожидание) равно значению регрессии  $\hat{y}$ , а это значит, что средний остаток равен нулю.

*Предпосылка 3.* Для каждого объекта в статике, а при анализе временных рядов – в различные периоды времени, возмущающая переменная, учитывающая случайности, оказывает одинаковое влияние. Если это условие не соблюдается, то имеет место свойство *гетероскедастичности*.

*Предпосылка 4.* Эта предпосылка особенно важна при анализе временных рядов. Значения возмущающей переменной попарно некоррелированы, т.е. ковариации возмущающих членов равны нулю. Если возмущающие переменные содержат тренд или циклические колебания, то последовательные возмущения, действующие в различные моменты времени, коррелированы. Такой вид зависимости называется автокорреляцией возмущений или остатков.

*Предпосылки 5 и 6.* При нахождении оценок параметров методом наименьших квадратов система нормальных уравнений имеет решение только тогда, когда существует обратная матрица  $(X'X)^{-1}$ . Поэтому предполагается, что  $X'X$  - невырожденная матрица или, что то же самое:

$$\text{Ранг } X = m + 1.$$

Это означает, что число наблюдений должно превышать число параметров. Определитель матрицы  $XX$  должен быть отличен от нуля:

$$\det(XX) \neq 0,$$

что является необходимым и достаточным условием существования матрицы  $(XX)^{-1}$ .

Из этого вытекает требование, что между объясняющими переменными не должно существовать строгой линейной зависимости, т.к. в этом случае ранг матрицы  $X$  будет равен нулю. Наличие линейной связи между объясняющими переменными называется *мультиколлинеарностью*. В частном случае для двух переменных используется термин "*коллинеарность*".

Рассмотренная предпосылка является формальным основанием обычного требования о том, что для обоснованности спецификации  $n > t$  должно быть по крайней мере в 3-5 раз, а из двух объясняющих переменных  $x_i, x_j$  при

$$|r_{x_i, x_j}| \geq 0,8 \text{ одну следует исключить.}$$

*Предпосылка 7.* Эта предпосылка находит свое выражение в том, что предполагается односторонняя зависимость.

В результате статистического наблюдения имеются эмпирические значения независимых переменных и зависимой переменной. Проблема заключается в определении параметров уравнения регрессии. Имеющиеся данные наблюдений представляют выборку ограниченного объема, по которой невозможно получить истинные значения параметров. Расчетные значения являются лишь статистическими оценками истинных параметров.

Получаемые при расчете МНК оценки параметров при условии, что приведенные выше предпосылки справедливы, обладают ценными для применения регрессий в прогнозировании свойствами.

1. Оценки параметров являются несмещенными, т.е. математическое ожидание оценок параметров равно истинному значению параметров. Такие оценки можно использовать для сравнения результатов по разным исследованиям.

2. Оценки параметров являются эффективными, т.е. они характеризуются минимальной дисперсией. В практических исследованиях это означает возможность перехода от точечного оценивания к интервальному (непрерывному).

3. Оценки состоятельны, т.е. их точность должна возрастать по мере увеличения числа наблюдений. Другими словами дисперсия оценки параметра стремится к нулю с ростом  $n$ . Это свойство определяет качество доверительных интервалов. Значения доверительной вероятности стремятся к единице.

Приняв некоторую гипотезу относительно формы кривой, описывающей взаимосвязь переменных, требуется однозначно подобрать параметры уравнения, т.к. через область, в которой расположены точки, соответствующие отдельным наблюдениям, можно провести множество кривых. Ясно при этом, что, чем больше наблюдений, тем точнее будут оценки.

Необходимо так подобрать кривую, чтобы расчетные значения были максимально близки данным наблюдениям. Различные методы оценивания параметров исходят из разных критериев и дают разные оценки параметров для одних и тех же наблюдений. Оценки при этом обладают различными статистическими свойствами. Сравнительный анализ подходов к определению параметров регрессии приведен в работе С. Лизер.<sup>8</sup>

При оценивании параметров также осуществляется проверка по отношению к ним выдвинутых гипотез отно-

<sup>8</sup> Лизер С. Эконометрические методы и задачи (Пер. с англ.). М., "Статистика", 1971, с.15-21.

сительного характера взаимосвязи, ее адекватности природе закономерностей в изменении переменных, возможностям прогнозирования на основе зависимости и т.п.

Значительный вклад в развитие новых методов получения статистических выводов при исследовании экономических явлений и процессов вносит эконометрическая теория. Стоит отметить, что достижения именно в области эконометрики отмечены Нобелевскими премиями: Рагнар Фриш и Ян Тинберген (1969), Лоуренс Клейн (1980), Трюгве Хаавельмо (1989), Джеймс Хекман и Даниэл МакФадден (2000), Роберт Энгл и Клайв Гренджер (2003).

#### 4.4. Метод наименьших квадратов и его оценки

Создание метода наименьших квадратов восходит к трудам Карла Фридриха Гаусса в конце XVIII и начале XIX века в области исследований по астрономии. Математический метод был открыт в связи с необходимостью обработки неравноценных наблюдаемых данных.

В дальнейшем применил способ наименьших квадратов и развил теорию ошибок Пьер Симон Лаплас. Также существенный вклад в развитие метода внес Адриен Мари Лежандр.

Этот метод приобрел самую широкую известность благодаря фундаментальным трудам многих статистиков и математиков<sup>9</sup> и его применению в экономико-статистических расчетах.

Рассмотрим метод наименьших квадратов на простом примере зависимости между двумя переменными  $x$  и  $y$ , причем  $y$  зависит от  $x$ . Если установлено, что связь ме-

<sup>9</sup> Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М., Физматгиз, 1962.

Перегудов В.И. Метод наименьших квадратов и его применение в исследованиях. М., Статистика, 1965.

жду ними криволинейная и описывается параболой, т.е. полиномом второй степени, с параметрами  $a_0, a_1, a_2$  :

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2,$$

то задача сводится к отысканию неизвестных трех параметров.

При числе наблюдений (количестве уровней в рядах)  $n$ , значения величин  $x$  и  $y$  представлены двумя рядами данных:

$$y_1, y_2, \dots, y_n$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

Если бы все значения, полученные по данным наблюдения, лежали строго на линии, описываемой уравнением параболы, то для каждой точки было бы справедливо следующее равенство:

$$y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 = 0.$$

Однако в действительности

$$y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 = \Delta_i,$$

которое существует вследствие ошибок измерения и случайных неучтенных факторов. Необходимо найти такие коэффициенты регрессии, чтобы ошибка была минимальной. Можно минимизировать сумму абсолютных (по модулю) отклонений или сумму кубических отклонений или наибольшую абсолютную ошибку. Однако оптимальным подходом является минимизация квадрата отклонений

$$S = \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 \Rightarrow \min.$$

Минимизация квадратов отклонений обладает тем свойством, что число нормальных уравнений равно числу неизвестных параметров. Минимизация суммы

$$S = \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)^2 \Rightarrow \min$$

дает три уравнения для каждого из трех параметров. Для нахождения значений неизвестных параметров необходимо

приравнять нулю частные производные указанной суммы по этим параметрам:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a_0} = -2 \sum (y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_1} = -2 \sum (y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2) x = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_2} = -2 \sum (y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2) x^2 = 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Проведение простейших преобразований приводит к системе нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum yx \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum yx^2 \end{cases} \quad (4.11)$$

Решение системы линейных относительно неизвестных параметров уравнений любым из способов дает значения  $a_0, a_1, a_2$ . Обычно полиномы выше третьей степени практически не используются, то система нормальных уравнений такого полинома будет состоять соответственно из четырех уравнений.

МНК даже при сравнительно небольшом числе наблюдений приводит к получению достаточных оценок. Оценки могут быть точечными и интервальными. Точечные оценки обладают свойствами несмещенности, эффективности, состоятельности, описанными в предыдущем параграфе.

Однако любая оценка истинного значения параметра по выборочным данным может быть произведена только с определенной степенью достоверности. Степень этой достоверности определяется путем построения доверительных интервалов.

Метод наименьших квадратов может быть использован и в случаях, когда имеются данные косвенных наблюдений, являющиеся функциями многих неизвестных. МНК является основой регрессионного анализа, используемого при выполнении предпосылок, рассмотренных выше. Также условием его применения является линейность уравнений регрессии относительно параметров. Исходя из классификации видов регрессии МНК применим для линейных и нелинейных регрессий первого класса.

#### 4.5. Прогнозирование на основе анализа одиночных временных рядов

**Экстраполяция тренда.** Понятие временных рядов и их роль в анализе социально-экономических процессов даны в главе 3. Экстраполяцию уровней временного ряда  $y_t$  можно представить в виде:

$$y_{t+L} = f(y_t^*, L),$$

где  $y_{t+L}$  - экстраполируемое значение уровня;

$L$  - период упреждения;

$y_t^*$  - уровень, принятый за базу экстраполяции.

Экстраполяция представляет продление в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом или в *ретроспективном* периоде, т.е. периоде, за который имеются эмпирические результаты наблюдения, позволившие эту тенденцию выявить. При этом предполагается, что размер признака, характеризующего явление, формируется под воздействием множества факторов, выделить отдельное влияние которых сложно. Поэтому развитие явления связывается с течением времени. Простейшие приемы экстраполяции приведены в 2.4.

Экстраполяция исходит из предпосылок:

- устойчивости траектории в прошлом и наличия значительной инерции в развитии;



- неизменности объекта и сохранения структуры;
- целостности объекта .

Применение экстраполяции основано на допущениях:

- развитие явления может быть с достаточным основанием описано основной тенденцией - трендом;
- условия развития объекта не претерпят существенных изменений.

Важно иметь в виду, что экстраполяция в рядах динамики в принципе носит не только приближенный, но и условный характер. При разработке прогнозов социально-экономических явлений привлекается дополнительная информация, на основе которой в полученные методом экстраполяции количественные оценки вносятся соответствующие коррективы. Кроме того, упрощенная, несколько видоизмененная модель экстраполяции, используемая в стандартных средствах Excel, несколько снижает качество прогнозных оценок, однако простота в эксплуатации, многовариантность расчетов и применение в статистическом анализе основополагающих принципов построения, базирующихся на построении математических моделей, говорят в пользу их применения для текущего оперативного краткосрочного прогнозирования социально-экономических явлений.

Методические подходы к выбору вида кривой подробно представлены в предыдущей главе. Совпадение фактических данных и прогнозных точечных оценок, полученных путем экстраполяции кривых – явление маловероятное. Соответствующая погрешность имеет источники:

- 1) выбор формы кривой, характеризующей тренд, содержит элемент субъективизма;
- 2) оценивание параметров кривых производится на основе ограниченной совокупности наблюдений, каждое из которых содержит случайную компоненту;

3) тренд характеризует некий средний уровень на каждый момент времени и имеют место отклонения от него.

В отличие от прогноза на основе регрессионных или, например, балансовых моделей, прогноз по тренду не позволяет осуществлять имитацию, варьируя факторы и используя их в качестве параметров уравнения.

**Расчет доверительных интервалов.** При определении прогнозных значений при помощи экстраполяции наибольший интерес представляет не столько сама экстраполяция, сколько определение доверительных интервалов прогноза. Прогноз является точечным, в то время как экономические переменные непрерывны. Некоторые из них являются моментными, например, стоимость капитала, а некоторые являются кумулятивными, например, прибыль.

Вопрос о доверительном интервале связан с выбором измерителя колеблемости. Обычно таковым является среднее квадратическое отклонение фактических наблюдений от расчетных, полученных при аналитическом выравнивании ряда. Среднее квадратическое отклонение от тренда равно:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{k}}, \quad (4.12)$$

где  $y_t, \hat{y}_t$  - фактическое и расчетное значения члена ряда;  $k$  - число степеней свободы,  $k = n - m$ , где  $n$  - число наблюдений,  $m$  - число параметров.

Если тренд представляет линейную зависимость  $\hat{y}_t = a + bt$ , то использование метода наименьших квадратов приводит к упрощенным формулам расчета параметров. Сумма квадратов отклонений приводится к виду:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2 &= \sum_{t=1}^n (y_t^2 - 2y_t \bar{y}_t + \bar{y}_t^2) = \\ &= \sum_{t=1}^n [y_t^2 - 2y_t(a + bt) + (a + bt)^2] = \\ &= \sum_{t=1}^n y_t^2 - 2a \sum_{t=1}^n y_t - 2b \sum_{t=1}^n y_t t + a^2 n + 2ab \sum_{t=1}^n t + b^2 \sum_{t=1}^n t^2 \end{aligned} \quad (4.13)$$

Выражение (4.13) можно упростить, приняв начало отсчета в середине ряда, тогда  $\sum_{t=1}^n t = 0$ . Параметры  $a$  и  $b$  для линейного тренда равны:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sum y_t \sum t^2 - \sum t \sum y_t t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2} \\ b &= \frac{n \sum y_t t - \sum y_t \sum t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}. \end{aligned}$$

При  $\sum_{t=1}^n t = 0$

$$a = \frac{\sum y_t}{n}, \quad b = \frac{\sum y_t t}{\sum t^2}. \quad (4.14)$$

После упрощений выражение (4.13) имеет вид:

$$\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2 = \sum_{t=1}^n y_t^2 - \frac{(\sum y_t)^2}{n} - \frac{(\sum y_t t)^2}{\sum t^2}.$$

Разность первых двух членов выражения справа равна сумме квадратов отклонений от средней арифметической, т.е.  $\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2$ . Тогда

$$\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2 - \frac{(\sum y_t t)^2}{\sum t^2}. \quad (4.15)$$

Выражение (4.14) показывает, что сумма квадратов отклонений от линейного тренда меньше, чем от средней арифметической. Этим выражением можно воспользоваться от определения характеристик колебаний вокруг тренда до определения самого тренда.

Сумма квадратов отклонений от линий тренда, т.е.  $\sum (y_t - \bar{y}_t)^2$ , и среднее квадратическое отклонение от тренда  $\sigma_y$  (4.12) являются основой при определении средней квадратической ошибки отдельных параметров уравнения тренда и их доверительных интервалов, а также ошибки и доверительных интервалов тренда и прогноза.

Определение доверительных интервалов требует учета отличия выборочных данных от уровней временного ряда. Предположение регрессионного анализа о нормальности распределения отклонений вокруг линии регрессии не может безоговорочно утверждаться при анализе временных рядов. Это осталось проблемой после дискуссий в статистической науке в середине прошлого века.

Получаемые параметры не свободны от погрешности, связанной с тем, что объем информации, на основе которой производится оценивание, ограничен и в некотором смысле представляет выборку. Смещение периода наблюдения всего на единицу времени приводит к изменению численных оценок параметров.

Доверительный интервал в общем виде для тренда находится как

$$\bar{y}_t \pm t_\alpha \sigma_{\bar{y}_t},$$

где  $\sigma_{\bar{y}_t}$  - средняя квадратическая ошибка тренда;  $\bar{y}_t$  - расчетное значение  $y_t$ ;  $t_\alpha$  - значение  $t$ -статистики Стьюдента.

Экстраполяция на период  $(t+L)$  ( $L=1,2,\dots$  является периодом упреждения) представляет расчет  $\bar{y}_{t+L} = a + b(t+L)$ . Доверительный интервал для прогноза должен учитывать не только неопределенность, связанную со спецификацией тренда, но и вероятность отклонений от

тренда. Если обозначить соответствующую среднюю квадратическую ошибку прогноза  $\sigma_p$ , то доверительный интервал прогноза составит

$$\hat{y}_{t+L} \pm t_\alpha \sigma_p.$$

Доверительные интервалы для линейного тренда  $y = a + bt + \varepsilon$  определяются, исходя из того, что параметры  $a$ ,  $b$  являются выборочными оценками, для которых можно найти средние квадратические ошибки. В общем виде для регрессии  $y = a + bx + \varepsilon$

$$\tau_p = \tau_y \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x'_p)^2}{\sum (x')^2}}, \quad (4.16)$$

где  $x'_p = x_{t+L} - \bar{x}$ , где  $x_{t+L}$  – расчетное, а  $\bar{x}$  – среднее значение независимой переменной,  $\tau_p$  – средний квадрат отклонений эмпирических  $y_t$  от расчетных, а  $\sum (x')^2$  – сумма квадратов отклонений фактических значений переменной от их средней.

Поскольку независимой переменной в тренде является время  $t$ , то произведя замены, получим:

$$\tau_p = \tau_y \sqrt{\frac{n+1}{n} + \frac{(t_{расч} - \bar{t})^2}{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})^2}}, \quad (4.17)$$

где  $\tau_y$  – среднее квадратическое отклонение эмпирических от расчетных значений  $y$ ,  $n$  – число наблюдений,  $t_{расч}$  – время, для которого делается экстраполяция, т.е. оно равно  $n+L$ ,  $L$  – период упреждения,  $\bar{t}$  – значение порядкового номера уровня, стоящего в середине ряда,  $\bar{t} = \frac{n+1}{2}$ .

Если воспользоваться тем, что величины, характеризующие разности  $t - \bar{t}$ , являются членами ряда с равноотстоящими элементами (например, ...-3,-2,-1-0,1,2,3...),

сумму квадратов этих отклонений можно получить по формуле

$$\sum (t - \bar{t})^2 = \frac{n(n^2 - 1)}{12}.$$

Величина  $t_{расч} - \bar{t} = n + L - \frac{n+1}{2} = \frac{n+2L-1}{2}$ . Учитывая отмеченное, корень выражения (4.17) можно обозначить  $K$  и записать следующим образом:

$$K = \sqrt{\frac{n+1}{n} + \frac{3(n+2L-1)^2}{n(n^2-1)}}. \quad (4.18)$$

Значение  $K$  зависит только от  $n$  и  $L$ , т.е. продолжительности периода наблюдения и периода упреждения и может быть протабулировано. Доверительный интервал

$$\hat{y}_{t+L} \pm t_\alpha \sigma_y K. \quad (4.19)$$

С увеличением ретроспективного периода значения  $K$  уменьшаются, а с увеличением  $L$  растут.

Методика расчетов временных трендов с применением статистического пакета "STATISTICA" и варианты заданий для самостоятельной работы даны в работе (1).

**Прогнозирование сезонных колебаний.** Уравнения тренда  $\hat{y} = f(t)$  могут использоваться при изучении циклических колебаний в динамике социально-экономических явлений с сезонным характером проявления.

В процессе прогнозирования сезонных колебаний каждый уровень временного ряда можно представить как результат взаимодействия эволюторной, внутригодовой сезонной и случайной составляющих:

$$y = f(t) + s(t) + \varepsilon_t. \quad (4.20)$$

Эволюторная составляющая  $f(t)$  характеризует тренд, т.е. общую тенденцию изменения  $y$ , сезонная составляющая  $s(t)$  отражает устойчивые, циклически повторяющиеся изменения, случайная составляющая  $\varepsilon_t$  отражает

воздействие разнообразных факторов, не учтенных в явном виде в процессе прогнозирования.

Разделение временного ряда на составляющие компоненты создает условия для дифференцированной оценки как постоянно действующих факторов, так и признаков, влияющих периодически.

Прогнозирование сезонных изменений включает несколько этапов. На первом этапе исследуется общая тенденция изменения прогнозируемого показателя за сравнительно продолжительный период времени. На втором этапе анализируются сезонные изменения и строится график так называемой сезонной волны. На третьем этапе осуществляется прогноз динамики показателя в поквартальном (помесячном) разрезе.

Для нахождения тренда временного ряда  $f(t)$  используются методы наименьших квадратов, конечных разностей, максимального правдоподобия, позволяющие рассчитать константы соответствующих уравнений регрессии вида  $\mathcal{F} = f(t)$ .

Для выявления сезонных колебаний необходимо последовательно сопоставлять между собой эмпирические уровни временного ряда с расчетными. Отклонения исходных значений анализируемого показателя от усредненных величин характеризуют сезонную волну.

Количественная оценка внутригодичных изменений может быть получена с помощью индексов сезонности. Индекс сезонности по методу средней арифметической определяется по формуле:

$$i_l = \sum \frac{y_t}{\mathcal{F}_t} \cdot 100\% / k, \quad (4.21)$$

где  $i_l$  - индекс сезонности для  $l$ -го интервала времени (квартала, месяца и т.п.),  $k$  - количество  $l$ -х интервалов за рассматриваемый период.

Например, при анализе поквартальных данных продаж меховых изделий сезонный индекс в четвертом квар-

тале  $i_4 = 1,235$  говорит о том, что объем продаж в этом квартале на 23,5% выше, чем в среднем за год.

Недостатком показателей сезонности является их чувствительность к случайным колебаниям уровней исходного ряда. Для повышения устойчивости проводится корректировка итоговых данных таким образом, чтобы  $\bar{i}_l = 100\%$ .

По скорректированным индексам строится кривая сезонной волны, каждая точка которой показывает отклонение сезонных уровней от среднего уровня. После выделения основной и внутригодичной сезонной составляющих в общей колеблемости переменной можно построить прогнозные значения уровней ряда на прогнозный период:

$$\mathcal{F}_t^l = i_l \cdot \mathcal{F}_t.$$

Показателем силы колеблемости временного ряда из-за сезонного характера служит среднее квадратическое отклонение индексов сезонности (выраженное в %) от  $100\%$ <sup>10</sup>, т.е.

$$\sigma = \frac{\sqrt{(i_l - 100)^2}}{l}.$$

При синусоидальном характере колебаний может использоваться тригонометрическая модель вида

$$\mathcal{F} = a_0 + a_1 \sin \alpha + a_2 \cos \alpha, \quad (4.22)$$

где  $\alpha$  - угол, получаемый для каждого внутригодичного периода нарастающим итогом.

Также моделью периодически изменяющихся уровней служит ряд Фурье, аналитическое выражение которого применительно к динамике имеет следующий вид:

$$\mathcal{F}_t = a_0 + \sum_{k=0}^m (a_k \cdot \cos kt + b_k \sin kt). \quad (4.23)$$

<sup>10</sup> Денискин В.В. Основы экономического прогнозирования в пищевой промышленности. - М.: Пищевая промышленность, 1984.

В уравнении величина  $k$  определяет номер гармоники ряда Фурье и может быть взята с разной степенью точности. Параметры уравнения определяются обыкновенным методом наименьших квадратов, т.к. уравнение является линейным относительно параметров  $a_k$ . После нахождения частных производных этой функции и приравнивания их нулю получается система нормальных уравнений, для которой вычисляются параметры:

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum y; a_k = \frac{2}{n} \sum y \cos kt; b_k = \frac{2}{n} \sum y \sin kt.$$

Циклическая вариация за пределами среднесрочного периода также важна, т.к. выражает колебания экономических циклов. Для исследования таких циклов анализируются макроэкономические показатели за очень длительный период, около 100 лет и более.

Прогнозирование циклов экономической, или деловой активности возможно на основе ARIMA-процессов<sup>11</sup> Бокса-Дженкинса (4, с.772-786). Данный подход представлен линейными статистическими моделями, основанными на нормальном распределении, позволяющими имитировать поведение множества эмпирических временных рядов путем комбинирования процессов авторегрессии, процессов интегрирования и процессов скользящего среднего.

В результате формируется *экономная* модель, т.е. с небольшим количеством оцениваемых параметров, легко реализуемая с использованием статистических программ.

**Авторегрессионные модели прогнозирования.** Для многих процессов в экономике характерно наличие связи между значениями исследуемого показателя в предпрогнозном и прогнозном периодах. Зависимость от времени проявляется в данном случае через характеристики внутренней структуры процесса в предшествующем периоде.

Уравнение, выражающее величину переменной  $y_t$  в момент  $t$  через значения этой переменной в моменты  $(t-1), (t-2), \dots, (t-p)$ , называется уравнением авторегрессии. В линейной форме уравнение имеет вид:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (4.24)$$

где  $\varepsilon_t$  - случайная составляющая с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_{\varepsilon}^2$ .

Применение авторегрессионных моделей основано на предварительном экономическом анализе, когда известно, что изучаемый процесс в значительной степени зависит от его развития в прошлые периоды. В некоторых случаях они используются для нахождения простого преобразования, приводящего к последовательности независимых случайных величин.

Существует другое определение авторегрессионной модели: модель стационарного процесса, выражающего значение показателя в виде линейной комбинации конечного числа предшествующих значений этого показателя и аддитивной случайной составляющей.

В процессе анализа реальных экономических явлений понятие стационарности может быть лишь удобной абстракцией для применения статистических моделей.

Количество уровней, включенных в правую часть уравнения авторегрессии, определяет порядок уравнения.

Для предварительного изучения особенностей авторегрессионного взаимодействия элементов ряда целесообразно проводить графический анализ исходных данных путем нанесения на координатные поля пар значений  $(y_t, y_{t-1}), (y_t, y_{t-2}), \dots, (y_t, y_{t-p})$ . Интервалы времени  $(t, t-k), k = 1, 2, 3, \dots, p$ , характеризующие удаленность сопоставляемых уровней ряда друг от друга, называются периодом запаздывания. Он показывает, через какой промежуток времени изменение переменной  $y_{t-k}$  окажет воздей-

<sup>11</sup> ARIMA-сокращение от Autoregressive Integrated Moving Average.

стве на  $y_t$ . Изучение графических построений для различных  $k$  позволяет приближенно оценить направление и силу связи между близлежащими членами ряда.

Для оценки тесноты связи используется коэффициент автокорреляции, определяемый по формуле:

$$r_k = \frac{c_k}{c_0}, \text{ где}$$

$$c_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y}); c_0 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2.$$

Определив  $r_k$  для нескольких интервалов запаздывания в диапазоне  $1 \leq k \leq n/4$ , можно получить так называемую автокорреляционную функцию, показывающую, как изменяется коэффициент автокорреляции по мере увеличения расстояния между сопоставляемыми уровнями временного ряда.

Автокорреляционная функция характеризуется тенденцией к затуханию колебаний, т.е. уменьшению абсолютной величины коэффициента. Вследствие этого для ее анализа используются такие характеристики, как период колебаний, частота колебаний, амплитуда колебаний, фаза, т.е. угловая величина отклонения автокорреляционной функции от нулевого состояния.

Оценка параметров уравнений авторегрессии выполняется методом наименьших квадратов. Прогнозирование на основе авторегрессионной модели представляет многоэтапную процедуру, каждая стадия которой позволяет определить величину показателя на очередной единичный отрезок времени.

В качестве простейшего критерия адекватности уравнения авторегрессии исходному временному ряду может использоваться показатель абсолютного среднего отклонения, определяемый по формуле:

$$\gamma_{cp} = \frac{\sum_{t=p+l-1}^n |y_t - \hat{y}_t|}{n - p - l + 1}. \quad (4.25)$$

Сферой применения моделей авторегрессии является моделирование спроса на предметы текущего потребления, изменение складских запасов и другие составляющие логистических процессов.

#### 4.6. Прогнозирование на основе анализа связанных временных рядов

При анализе временных рядов может быть обнаружена следующая зависимость: вариация одного или нескольких временных рядов обуславливает вариацию какого-либо временного ряда. Такие временные ряды называют *связанными*. Для исключения совпадений, не имеющих под собой причинную связь, следует выполнить качественный анализ динамики, исследовать саму природу явлений, характеризующихся такой зависимостью. Исследование причинных связей во времени существенно отличается от исследования взаимосвязей в пространстве. Поскольку любые явления и процессы имеют собственную эволюцию, она может заключаться в определенной динамике - роста, убывания, ускорения или замедления. Выходит, что при желании можно обнаружить более или менее тесную связь в динамике признаков. Однако дисперсионный и регрессионный анализы основаны на согласованности вариации, а не просто тенденций роста или убывания.

Существенным вопросом является принадлежность анализируемых признаков одному объекту или различным объектам или, другими словами, факторы могут быть эндогенными (внутренними) или экзогенными (внешними). Содержательно исследуются причинно-следственные зависимости, которые могут проявляться в тенденциях развития тех или иных наблюдаемых процессов и объектов. Выде-

лим несколько положений, подтверждающих обоснованность анализа и прогнозирования временных рядов.

1) Анализ и прогнозирование связанных рядов имеют место при обоснованности взаимосвязи признаков, характеризующих эволюцию некоторого результативного признака одного объекта или системы. Классическим примером являются производственные функции, широко используемые для анализа экономического роста и степени взаимодействия основных факторов. Эти вопросы рассмотрены в 8 главе.

2) Зависимости в динамике исследуются при помощи эконометрических моделей в виде системы одновременных регрессионных уравнений. При исследовании таких объектов, как национальная экономика или экономика региона, анализу подвергаются временные ряды признаков, среди которых выделяются экзогенные и эндогенные. Эконометрические модели рассмотрены в отдельной главе.

3) На протяжении длительного времени и особенно в последнее время вопросам моделирования экономических процессов на основе временных рядов уделяется большое внимание. Достаточно отметить, что последняя Нобелевская премия присуждена Роберту Энглу и Клайву Гренджеру за методы анализа временных рядов с изменяющейся волатильностью и так называемых коинтегрированных временных рядов<sup>12</sup>. Авторы показали корректность оценивания параметров в случае нарушения ряда классических предпосылок. Исследованию подвергаются в основном временные ряды финансовых показателей, относительно которых можно отметить, что все они не могут не зависеть, например, от инфляции.

Таким образом, проблемы исследования взаимосвязи временных рядов представляют теоретический и прак-

тический интерес. Применение регрессионных моделей связано, в основном, с решением проблемы нестационарности временных рядов.

*Учет автокорреляции при исследовании связи между переменными.* Под автокорреляцией понимается корреляция между уровнями одного и того же временного ряда, т.е. корреляция ряда  $x_1, x_2, x_3, \dots$  с рядом  $x_{L+1}, x_{L+2}, x_{L+3}, \dots$ . Число  $L$  характеризует период запаздывания. Корреляция между соседними уровнями ряда ( $L = 1$ ) называется автокорреляцией первого порядка. При анализе одиночных временных рядов автокорреляционная зависимость создает дополнительные возможности для формирования прогноза на соответствующий период упреждения  $L$  временных единиц. Наличие автокорреляции при исследовании связанных рядов затрудняет процесс построения аналитических моделей и снижает статистическую значимость вероятностных характеристик.

Причина этого заключается в том, что автокорреляционное взаимодействие уровней ряда всегда сопровождается появлением определенной тенденции в изменении признака. Наличие эволюторной составляющей способно преувеличить силу связи между двумя произвольно выбранными переменными, если закономерности вариации временных рядов оказываются сходными между собой. В результате иногда обнаруживается так называемая ложная корреляция, вызванная параллельным изменением временных рядов.

Для исключения автокорреляции во временных рядах при исследовании связи между ними применяются различные приемы, суть которых сводится к замене исходных значений уровней рядов отклонениями от трендов либо разностями  $k$ -го порядка. Переход от реальных уровней временных рядов к отклонениям или конечным разностям позволяет полностью или частично устранить влияние эволюторной составляющей и на этой основе определить тес-

<sup>12</sup> Г. Канторович, М. Турунцева. Роберт Энгл и Клайв Гренджер: новые области экономических исследований. Вопросы экономики, 2004, №1, с.37-48.

ноту связи показателей. Проверка значимости автокорреляции осуществляется сравнением коэффициента корреляции, рассчитанного по абсолютным значениям уровней рядов, с коэффициентом, рассчитанным по отклонениям от трендов или разностям.

Рассмотрим это на условном примере: Объект характеризуется динамикой уровней двух временных рядов: среднегодовой стоимостью капитала  $x_t$  (8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 12) и объемом продаж за год  $y_t$  (5, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 10, 12), выраженных в условных денежных единицах. Точки с координатами  $(x_t, y_t)$  образуют вытянутое множество, характеризующееся положительным углом к оси  $x$ . Заметим, что в точке с координатами (10, 8) сконцентрировано 3 наблюдения.

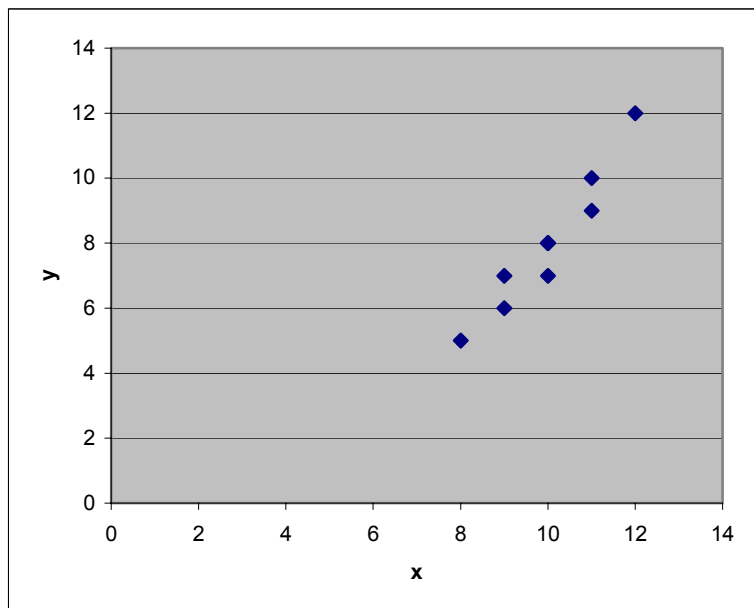


Рис.1 Диаграмма рассеяния

Капитал является одним из производственных факторов, а объем продаж - результатом деловой активности.

Предположим, что переменные связаны между собой линейной зависимостью. Определим тесноту связи и оценим коэффициент детерминации. Линейный коэффициент корреляции будет равен:

$$r_{xy} = \frac{n \sum y_t x_t - \sum y_t \sum x_t}{\sqrt{n \sum y_t^2 - (\sum y_t)^2} \sqrt{n \sum x_t^2 - (\sum x_t)^2}}. \quad (4.26)$$

Выполним расчет в таблице:

Таблица 4.1

$t$	$x_t$	$y_t$	$x_t y_t$	$y_t^2$
1	8	5	40	25
2	9	6	54	36
3	9	7	63	49
4	10	7	70	49
5	10	8	80	64
6	10	8	80	64
7	10	8	80	64
8	11	9	99	81
9	11	10	110	100
10	12	12	144	144
55	100	80	820	676

$$r_{xy} = \frac{10 \cdot 820 - 100 \cdot 80}{\sqrt{10 \cdot 676 - 80^2} \cdot \sqrt{10 \cdot 100 - 100^2}} = 0,96;$$

$$D = r^2 = 0,9216.$$

Линейный коэффициент корреляции характеризует прямую тесную связь между показателями в динамике и является очень высоким. Может ли вариация фактора стоимости капитала на 92,16% определять вариацию объема продаж? Не ставя задачу построения уравнения регрессии, проверим наличие автокорреляции. Найдем отклонения от трендов, для чего необходимо построить временные функции:

$$\xi_t = f_1(t); \xi_t = f_2(t)$$



Проведем графический анализ:

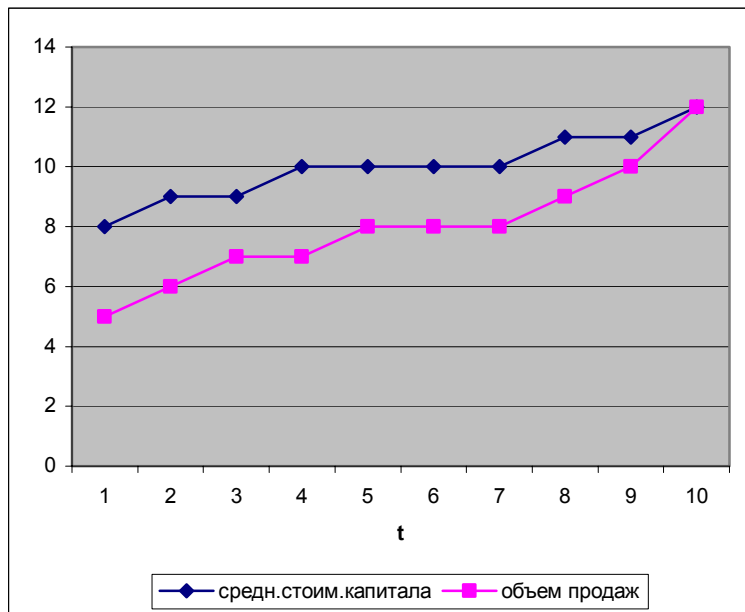


Рис.2 Динамика показателей  $x_t$  и  $y_t$ .

В качестве кривых роста выберем линейные зависимости:  $\hat{x}_t = a_0 + b_0 \cdot t$ ;  $\hat{y}_t = a_1 + b_1 \cdot t$ . Оценим параметры трендов, полагая, что скорость роста  $y_t$  выше. Получим следующие значения параметров, используя упрощенные формулы (4.14):

$$\hat{x}_t = 7,7 + 0,4t; \hat{y}_t = 4,8 + 0,6t.$$

Вычислим отклонения  $\varepsilon_t = x_t - \hat{x}_t$ ;  $\gamma_t = y_t - \hat{y}_t$  и представим результаты в таблице. Т.к. параметры уравнений трендов найдены по МНК, то  $\sum \varepsilon_t \Rightarrow 0$ ;  $\sum \gamma_t \Rightarrow 0$ . В практических расчетах они могут отличаться от нуля, но по сравнению с другими членами в формуле расчета линейного коэффициента корреляции ими можно пренебречь. Формула расчета линейного коэффициента корреляции по отклонениям, имеющая вид

$$r_{\varepsilon\gamma} = \frac{n \sum \gamma_t \varepsilon_t - \sum \gamma_t \sum \varepsilon_t}{\sqrt{n \sum \gamma_t^2 - (\sum \gamma_t)^2} \sqrt{n \sum \varepsilon_t^2 - (\sum \varepsilon_t)^2}} \approx \frac{\sum \gamma_t \varepsilon_t}{\sqrt{\sum \gamma_t^2 \sum \varepsilon_t^2}} =$$

$$= \frac{0,9}{\sqrt{1,3 \cdot 1,4}} = 0,43, \text{ свидетельствует о том, что высо-$$

кое значение  $r_{xy}$  характеризует не только причинно-следственную обусловленность, но и степень устойчивости тенденций изменения признаков.  $r_{xy} > r_{\varepsilon\gamma}$ , значит, первый способ завышает силу связи, в нем находит выражение автокорреляционное взаимодействие предыдущих и последующих уровней временных рядов. Расхождение коэффициентов корреляции позволяет установить факт автокорреляции, но с помощью этих коэффициентов невозможно получить оценку силы автокорреляционной связи. Для этого рассчитываются нециклический и циклический коэффициенты автокорреляции, критерий Дарбина-Уотсона, критерий Неймана и некоторые другие.

Нециклический коэффициент автокорреляции для  $y_t$  определяется для нестационарных временных рядов:

$$r_{n-L}^n = \frac{\sum_{t=L+1}^n y_t y_{t-L} - \sum_{t=1}^{n-L} y_t \sum_{t=L+1}^n y_t / (n-L)}{\sqrt{\sum_{t=L+1}^n y_t^2 - (\sum_{t=L+1}^n y_t)^2 / (n-L)} \sqrt{\sum_{t=1}^{n-L} y_t^2 - (\sum_{t=1}^{n-L} y_t)^2 / (n-L)}},$$

где  $y_t$  - фактические уровни ряда,  $y_{t-L}$  - уровни ряда, отстающие от члена  $y_t$  на  $L$  лет,  $n$ - число уровней во временном ряду. Нахождение  $L$  связано с выбором максимального по модулю коэффициента из коэффициентов для  $L=1,2,3...$  Аналогично определяется нециклический коэффициент автокорреляции и для уровней ряда  $x_t$ . Если в приведенном выше коэффициенте число анализируемых пар уровней рядов  $y_t$  и  $y_{t-L}$  равно  $n-L$ , то циклический

коэффициент автокорреляции будет содержать  $n$  пар уровней рядов. Сдвинутые на  $L$  уровни  $y_{t+L}$  замыкают начало ряда.

Таблица 4.2

$t$	$x_t$	$\mathcal{E}_t$	$y_t$	$\mathcal{E}_t$	$\varepsilon_t$	$\gamma_t$	$\varepsilon_t^2$	$\gamma_t^2$	$\varepsilon_t \cdot \gamma_t$
1	8	8,1	5	5,4	-0,1	-0,4	0,01	0,16	0,04
2	9	8,5	6	6,0	0,5	0	0,25	0	0
3	9	8,9	7	6,6	0,1	0,4	0,01	0,16	0,04
4	10	9,3	7	7,2	0,7	-0,2	0,49	0,04	-0,14
5	10	9,7	8	7,8	0,3	0,2	0,09	0,04	0,06
6	10	10,1	8	8,4	-0,1	-0,4	0,01	0,16	0,04
7	10	10,5	8	9,0	-0,5	-1	0,25	1	0,5
8	11	10,9	9	9,6	0,1	-0,6	0,01	0,36	-0,06
9	11	11,3	10	10,2	-0,3	-0,2	0,09	0,04	0,06
10	12	11,7	12	10,8	0,3	1,2	0,09	1,44	0,36
							<b>1,3</b>	<b>3,4</b>	<b>0,9</b>

Для оценки влияния уровней рядов отклонений от трендов  $\varepsilon_t$  и  $\gamma_t$  можно воспользоваться формулой

$$r_{L\gamma_t}^n = \frac{\sum_{t=L+1}^n \gamma_t \gamma_{t-L}}{\sqrt{\sum_{t=L+1}^n \gamma_t^2 \sum_{t=1}^{n-L} \gamma_t^2}}$$

Незначительные величины  $r_{L\gamma_t}, r_{L\varepsilon_t}$  будут свидетельствовать о том, что исключение тенденции из уровней рядов практически полностью устраняет автокорреляцию.

Если уровни  $y_1, y_2, \dots, y_L$  присоединить к замыкающим уровням  $y_{n-L}, y_{n-L-1}, \dots, y_n$ , то расчет циклического коэффициента автокорреляции по отклонениям будет следующим:

$$r_{L\gamma_t}^n = \frac{\sum_{t=1}^n \gamma_t \gamma_{t+L}}{\sum_{t=1}^n \gamma_t^2}$$

Для оценки надежности автокорреляции рассчитываются критерии Неймана и Дарбина-Уотсона:

$$k = \frac{\sum_{t=2}^n (\gamma_t - \gamma_{t-1})^2 / (n-1)}{\sum_{t=1}^n \gamma_t^2 / n} \quad (4.27)$$

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\gamma_t - \gamma_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \gamma_t^2}$$

Для критерия Неймана табличные значения приводятся отдельно для положительных и отрицательных расчетных значений: если  $k_p < k_t^{no1}$ , то связь является положительной; если  $k_p > k_t^{omp}$ , то связь отрицательная; если  $k_p \in (k_t^{no1}, k_t^{omp})$ , то автокорреляционная связь не существует.

Для больших  $n$  можно записать  $\sum_{t=2}^n \gamma_t^2 \approx \sum_{t=2}^n \gamma_{t-1}^2$ , тогда

$$d = \frac{2 \sum_{t=2}^n \gamma_t^2 - 2 \sum_{t=2}^n \gamma_t \gamma_{t-1}}{\sum_{t=1}^n \gamma_t^2} = 2 \left( 1 - \frac{\sum_{t=2}^n \gamma_t \gamma_{t-1}}{\sum_{t=1}^n \gamma_t^2} \right)$$

Если автокорреляция между остаточными величинами отсутствует, то вычитаемая из 1 дробь равна 0, а критерий равен 2. Если взаимосвязь между ними является функциональной, то рассматриваемое отношение становится равно 1 или -1. Тогда, соответственно величина

критерия Дарбина-Уотсона принимает либо нулевое значение, либо равна 4. Для критерия Дарбина-Уотсона составлены специальные таблицы (нижнее, верхнее значения), позволяющие установить факт наличия или отсутствия автокорреляции во временном ряду. В таблице даны значения для положительной автокорреляции, для отрицательной рассчитываются значения  $(4 - d)$ . Если  $d < d_e$ , то ряд содержит автокорреляцию, если  $d > d_e$ , то автокорреляция отсутствует, если  $d_n < d < d_e$ , то необходимо увеличить длину временного ряда и повторить расчеты.

**Учет временного лага при анализе временных рядов.** В динамике временных рядов, характеризующих социально-экономические процессы, встречаются зависимости с запаздыванием. Это процессы, в которых развитие осуществляется с нарушением синхронности в изменении экономических показателей. Например, в инвестиционных процессах рост денежных потоков является результатом вложений, произведенных в предшествующие периоды. Урожай текущего года влияет на уровень цен продукции перерабатывающей промышленности в следующем году.

В процессе модернизации экономики России экономический рост в отдельных регионах, преимущественно реципиентах, является откликом на потоки трансфертов с федерального уровня.

Принципиальная основа обнаружения временного лага заключена в концепции *мультипликатора*, когда импульсы в виде денежных потоков, в том числе в виде инвестиций или потребительских расходов, запущенные в экономический оборот, дают мультипликационный эффект. Он может быть в виде роста конечных результатов в некоторых секторах экономики или в виде эволюции сводных макроэкономических показателей.

Таким образом, временной лаг представляет период времени, по истечении которого изменение уровней одного временного ряда оказывает влияние на изменение уровней другого временного ряда.

Правильное определение и учет периода запаздывания имеют важное значение для прогноза возможных диспропорций в развитии экономических процессов.

Для установления периода запаздывания последовательно проверяются гипотезы о том, что период запаздывания отсутствует либо равен определенному интервалу. Статистический анализ временных рядов зависимого показателя и независимого показателя осуществляется со сдвигом во времени на  $l$  единичных периодов времени.  $l=1,2,\dots,L$ , где  $l$  – временной лаг, который устанавливается последовательным анализом связанных временных рядов, сдвинутых друг относительно друга на  $1,2,\dots,L$  единичных периодов.

Коэффициент корреляции  $r_{x_t x_{t-l}}$ , максимальный по абсолютной величине, будет характеризовать наличие взаимосвязи с временным лагом в  $l$  единичных периодов.

Линейный коэффициент корреляции для  $l=1,2,3,\dots$  рассчитывается по формуле:

$$r_l = \frac{(n-l) \sum_{t=l+1}^n y_t x_{t-l} - \sum_{t=l+1}^n y_t \sum_{t=l+1}^n x_{t-l}}{\sqrt{(n-l) \sum_{t=l+1}^n y_t^2 - (\sum_{t=l+1}^n y_t)^2} \sqrt{(n-l) \sum_{t=l+1}^n x_{t-l}^2 - (\sum_{t=l+1}^n x_{t-l})^2}}$$

Более надежные результаты можно получить, если рассчитывать не по абсолютным уровням временных рядов, а по рассмотренным выше отклонениям от трендов  $\varepsilon_{t-l}$  и  $\gamma_t$ .

В таких случаях расчет линейного коэффициента корреляции проводится по формуле:

$$r_l = \frac{\sum_{t=l+1}^n \gamma_t \varepsilon_{t-l}}{\sqrt{\sum_{t=l+1}^n \gamma_t^2 \cdot \sum_{t=l+1}^n \varepsilon_{t-l}^2}}$$

В остальном процедуры оценивания параметров и дальнейшие шаги являются такими же, как и при анализе синхронных временных рядов. Использование лаговых зависимостей предполагает большую продолжительность временных рядов в связи со сдвигом.

Например, уравнение регрессии при  $l=2$  имеет вид  $\gamma_t = \alpha \varepsilon_{t-2}$ . Нормальное уравнение будет иметь вид:

$$\sum_{t=3}^n \gamma_t \varepsilon_{t-2} = \alpha \sum_{t=3}^n \varepsilon_{t-2}^2.$$

Уравнения регрессии при анализе связанных временных рядов, в том числе с оценкой временного лага, оказываются статистически более надежными, чем тренды.

Обязательным является обоснование временного лага на этапе качественного анализа. Только при наличии оснований осуществляется проверка посредством описанных процедур.

**Методы определения параметров парных уравнений регрессии.** Расчет параметров прогнозной функции при изучении взаимосвязи двух временных рядов  $x_t$  и  $y_t$  основан на минимизации суммы квадратов отклонений расчетных значений переменной  $\hat{y}_t$  от исходных величин  $y_t$ . Использование метода наименьших квадратов основано на предпосылках регрессионного анализа, приведенных в 4.3.

При обнаружении автокорреляции, что было рассмотрено выше, для ее исключения могут применяться следующие методы расчета: метод конечных разностей; метод исключения тенденций в динамике временных рядов с использованием трендов; метод Фриша-Вой.

**Метод конечных разностей.** В данном случае в качестве числовых величин, подлежащих обработке, выступают не исходные эмпирические значения уровней временных рядов, а абсолютные приросты или разности порядка  $k$ . Как было отмечено в главе 3, разности первого

порядка  $\Delta x_t^{(1)}$  и  $\Delta y_t^{(1)}$  используются, если связь между уровнями рядов близка к линейной, разности второго порядка  $\Delta x_t^{(2)}$  и  $\Delta y_t^{(2)}$ , если зависимость подчиняется параболическому закону. При сложных зависимостях следует использовать более сложные характеристики.

Рассмотрим порядок расчетов на предыдущем простом примере. Объект характеризуется динамикой уровней двух временных рядов: среднегодовой стоимостью капитала ( $x_t$ ) и объемом продаж за год ( $y_t$ ). Капитал является одним из производственных факторов, а объем продаж результатом деловой активности. Предположим, что переменные связаны между собой линейной зависимостью. Определим разности первого порядка:

$$\Delta x_t^{(1)} = x_t - x_{t-1} \text{ и } \Delta y_t^{(1)} = y_t - y_{t-1}.$$

Оформим расчет в таблице, уравнение регрессии будет иметь вид:

$$\Delta y_t^{(1)} = a_0 + a_1 \cdot \Delta x_t^{(1)}. \quad (4.28)$$

Таблица 4.3

$t$	$x_t$	$y_t$	$\Delta x_t^{(1)}$	$\Delta y_t^{(1)}$	$\Delta x_t^{(1)} \cdot \Delta y_t^{(1)}$	$(\Delta x_t^{(1)})^2$
1	8	5	-	-	-	-
2	9	6	1	1	1	1
3	9	7	0	1	0	0
4	10	7	1	0	0	1
5	10	8	0	1	0	0
6	10	8	0	0	0	0
7	10	8	0	0	0	0
8	11	9	1	1	1	1
9	11	10	0	1	0	0
10	12	12	1	2	2	1
<b>55</b>	<b>100</b>	<b>80</b>	<b>4</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>4</b>

Для вычисления параметров уравнения (4.28) используем метод наименьших квадратов. Система нормальных уравнений, в которой неизвестными являются параметры  $a_0$  и  $a_1$ , а разности первого порядка вычислены по эмпирическим значениям, будет иметь вид:

$$\begin{cases} \sum \Delta y_t^{(1)} = a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum \Delta x_t^{(1)} \\ \sum \Delta x_t^{(1)} \Delta y_t^{(1)} = a_0 \cdot \sum \Delta x_t^{(1)} + a_1 \cdot \sum (\Delta x_t^{(1)})^2 \end{cases}$$

Подставим в уравнения итоги таблицы 4.2 и получим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 7 = a_0 \cdot 9 + a_1 \cdot 4 \\ 4 = a_0 \cdot 4 + a_1 \cdot 4 \end{cases}$$

Решение:  $a_0 = 0,6$  ;  $a_1 = 0,4$  .

Уравнение регрессии имеет вид:

$$\Delta y_t^{(1)} = 0,6 + 0,4 \cdot \Delta x_t^{(1)} . \quad (4.29)$$

Опустив статистическую оценку надежности параметров уравнения регрессии и корреляции, заметим, что при условии их надежности уравнение (4.29) можно использовать для прогнозирования приращения переменной  $y_t$  в зависимости от предполагаемого изменения  $x_t$ . Например, если в следующем году  $t$  имеется финансовая возможность увеличения капитала на 0,5 единицы, то объем продаж увеличится на 0,8 единицы .

Уравнения, рассчитанные по конечным разностям, имеют один существенный недостаток. Они не позволяют в непосредственной форме определить абсолютное значение функции на перспективу. Вычислительная процедура предполагает операцию суммирования ожидаемого приращения зависимой переменной с уровнем функции в предпрогнозном периоде.

*Метод исключения тенденции.* Метод основан на замене исходных уровней временных рядов отклонениями  $\varepsilon_t, \gamma_t$ , рассчитываемых по временным трендам:

$$\varepsilon_t = x_t - \mathfrak{X}_t, \gamma_t = \mathfrak{Y}_t, \text{ где } \mathfrak{X}_t = f_x(t), \mathfrak{Y}_t = f_y(t)$$

Прогнозная функция может быть записана в виде:

$$\gamma_t = f(\varepsilon_t).$$

Система нормальных уравнений для отклонений будет иметь вид:

$$\begin{cases} \sum \gamma_t = n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum \varepsilon_t \\ \sum \gamma_t \cdot \varepsilon_t = a_0 \sum \varepsilon_t + a_1 \cdot \sum (\varepsilon_t)^2 \end{cases}$$

В уравнениях  $\sum \gamma_t, \sum \varepsilon_t$ , являющиеся суммами отклонений эмпирических значений уровней от их трендов, ничтожно малы так, что ими можно пренебречь. В упрощенном виде получаем уравнение:

$$\sum \gamma_t \varepsilon_t \approx \alpha \sum (\varepsilon_t)^2 \text{ или } \gamma_t = \alpha \varepsilon_t .$$

Уравнение дает возможность определить ожидаемое отклонение зависимой переменной  $\gamma_t$  от установленного тренда по заданному отклонению независимой переменной  $\varepsilon_t$ . Если нужно рассчитать абсолютную величину уровня на предстоящий период, то в уравнении следует заменить отклонения  $\varepsilon_t$  и  $\gamma_t$  по формулам в случае линейных трендов:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= x_t - \mathfrak{X}_t = x_t - a_{x_t} - b_{x_t} \cdot t \\ \gamma_t &= y_t - \mathfrak{Y}_t = y_t - a_{y_t} - b_{y_t} \cdot t . \end{aligned}$$

Подставив их в выражение  $\gamma_t = \alpha \varepsilon_t$ , получим:

$$y_t - a_{y_t} - b_{y_t} \cdot t = \alpha (x_t - a_{x_t} - b_{x_t} \cdot t) . \quad (4.30)$$

В итоге получаем уравнение регрессии, в котором наряду с независимой переменной  $x_t$  присутствует еще фактор времени  $t$ . При этом включение фактора времени в модель повышает точность расчетов, т.к. дополнительная

переменная обобщает воздействие всех факторов, изменяющихся со временем, но неучтенных в уравнении регрессии в явном виде:  $\hat{y}_t = f(x_t, t)$ .

Для рассмотренного выше примера имеем тренды  $\hat{x}_t = 7,7 + 0,4 \cdot t$  и  $\hat{y}_t = 4,8 + 0,6 \cdot t$ . Чтобы рассчитать коэффициент регрессии  $\alpha$  подставим суммы найденных ранее отклонений. В результате вычислений получаем:

$$0,9 = \alpha \cdot 1,3,$$

откуда  $\alpha = \frac{0,9}{1,3} \approx 0,7$ . Таким образом,  $\gamma_t = 0,7\epsilon_t$ .

Выразим  $\epsilon_t$  и  $\gamma_t$ , используя тренды:

$$\epsilon_t = x_t - \hat{x}_t = x_t - 7,7 - 0,4t$$

$$\gamma_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - 4,8 - 0,6t.$$

Подставим полученные зависимости в уравнение регрессии (4.30)

$$y_t - 4,8 - 0,6t = 0,7(x_t - 7,7 - 0,4t)$$

$$y_t = 4,8 + 0,6t + 0,7x_t - 5,39 - 0,28t = -0,59 + 0,7x_t + 0,32t.$$

Уравнение  $\hat{y}_t = -0,59 + 0,7x_t + 0,32t$  может использоваться для разработки прогнозов. Вначале следует определить ожидаемое значение переменной  $x_t$  на предстоящий период, например, при помощи временного тренда, уравнения авторегрессии или экспертных оценок.

Предположим,  $t = 11$ , тогда  $x_{t=11} = 7,7 + 0,4 \cdot 11 = 12,1$ ,

$$y_{t=11} = -0,59 + 0,7 \cdot 12,1 + 0,32 \cdot 11 = 11,4.$$

*Метод Фриша-Вой.* Метод основан на непосредственном включении фактора времени  $t$  в виде линейного члена в уравнение регрессии  $\hat{y}_t = f(x_t, t)$ . Так же, как в предыдущем методе, включение времени наряду с другими независимыми переменными позволяет выделить регрессию на неучтенные в явном виде факторы, связанные со временем. Показано (7, с.90), что параметры модели можно

рассчитать без предварительного выявления тенденций изменения временных рядов и нахождения отклонений  $\epsilon_t$  и  $\gamma_t$ . Уравнение имеет вид:

$$y_t = a + b \cdot x_t + c \cdot t.$$

Система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \sum y_t = a \cdot n + b \sum x_t + c \sum t \\ \sum y_t x_t = a \sum x_t + b \sum x_t^2 + c \sum x_t \cdot t \\ \sum y_t \cdot t = a \sum t + b \sum x_t \cdot t + c \sum t^2 \end{cases}$$

Для рассмотренного выше примера вычислим недостающие суммы и представим их в таблице.

Таблица 4.4

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Итого
$t^2$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	385
$x_t \cdot t$	8	18	27	40	50	60	70	88	99	120	580
$y_t \cdot t$	5	12	21	28	40	48	56	72	90	120	492

Решаем систему уравнений

$$\begin{cases} 80 = a \cdot 10 + b \cdot 100 + c \cdot 55 \\ 820 = a \cdot 100 + b \cdot 1012 + c \cdot 580 \\ 492 = a \cdot 55 + b \cdot 580 + c \cdot 385 \end{cases}$$

и получаем параметры  $a = -0,6; b = 0,7; c = 0,32$ . Уравнение регрессии совпадает с уравнением, найденным по второму методу при расчете отклонений  $\epsilon_t$  и  $\gamma_t$ . Сравнение рассмотренных процедур расчета параметров парных уравнений регрессии для целей прогноза приводит к выводу, что при прочих равных условиях менее трудоемким является последний способ.

Несмотря на совпадение параметров во втором и третьем способах, характеристики тесноты связи и ошибок коэффициентов регрессии во всех трех случаях будут различаться.

#### 4.7. Многофакторные модели прогнозирования

Сложный характер социально-экономических процессов ставит задачу отбора наиболее существенных факторов, оказывающих влияние на вариацию исследуемых характеристик. Таких факторов достаточно много ввиду усложнения и неоднозначности экономической динамики. Тренды и уравнения парной регрессии имеют ограниченные возможности.

В регрессионном анализе, проводимом в пространстве, при наличии достаточного числа наблюдений, в соответствии с предпосылками, применяются многофакторные модели, или уравнения множественной регрессии.

Они позволяют детально исследовать взаимозависимость признаков, их соподчиненность и силу корреляционного взаимодействия. Эта тема достаточно глубоко рассматривается в курсе многомерного статистического анализа и в то же время она является темой факторного анализа пространственно-временной информации.

Множественная корреляция исследует статистическую зависимость результативного признака от нескольких факторных признаков. В общем виде уравнение регрессии имеет вид:

$$y_t = f(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{pt}) + \varepsilon_t, \quad (4.31)$$

где  $t = 1, 2, \dots, n$  - количество наблюдений,  $p$  - количество параметров,  $\varepsilon_t$  - возмущающая переменная.

Для линейной зависимости

$$y_t = \sum_{j=1}^p a_j x_{jt} + \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, n.$$

Выбор уравнения множественной регрессии включает следующие этапы:

- отбор факторов-аргументов;
- выбор уравнения связи;

- определение числа наблюдений, необходимых для получения несмещенных оценок.

Одним из важнейших требований является отбор наиболее существенных факторов. Также необходим традиционный экономический анализ, в ходе которого глубже и полнее выявляется существо, направленность и теснота связи между факторами. Последовательное введение всех конкурирующих факторов в уравнение регрессии следует осуществлять с точки зрения минимизации остаточной дисперсии.

В процессе отбора факторных признаков особое внимание следует уделять выявлению и устранению мультиколлинеарности – тесной корреляционной связи между двумя (коллинеарности) и большим числом факторных признаков.

Если в модель включаются две или несколько связанных между собой «независимых» переменных, то система нормальных уравнений не имеет однозначного решения, наряду с уравнением регрессии существуют и другие линейные соотношения.

Последствия мультиколлинеарности:

- слабая обусловленность матрицы системы нормальных уравнений;
- неопределенное множество коэффициентов регрессии  $a_j$ ;
- сильная корреляция стандартных ошибок параметров и возрастание остаточных дисперсий;
- чувствительность коэффициентов регрессии к выборке.

Разрешение проблемы мультиколлинеарности можно разбить на несколько этапов:

1. Установление самого факта существования мультиколлинеарности.
2. Измерение степени мультиколлинеарности.
3. Определение области мультиколлинеарности на множестве независимых переменных.

4. Установление причин мультиколлинеарности.

5. Определение мер по устранению мультиколлинеарности.

Существует несколько методов выявления мультиколлинеарности, основанных на следующих процедурах :

а) анализ парных коэффициентов корреляции между независимыми переменными  $r_{x_i x_j}$  ;

б) анализ множественных коэффициентов корреляции каждой из независимых переменных со всеми остальными ;

в) сравнение парных коэффициентов корреляции между независимыми переменными с парными коэффициентами между зависимой и независимыми переменными  $r_{x_i x_j}, r_{yx_i}$  ;

г) сравнение множественных коэффициентов корреляции между независимыми переменными с коэффициентом множественной корреляции между зависимой переменной со всеми остальными.

Наряду с линейными моделями используются нелинейные зависимости, например, степенная зависимость  $\mathcal{E}_t = a_0 x_{1t}^{a_1} x_{2t}^{a_2} \dots x_{pt}^{a_p}$  , которую путем простейших преобразований можно привести к линейному виду:

$$\ln y_t = \ln a_0 + a_1 \ln x_{1t} + a_2 \ln x_{2t} + \dots + a_p \ln x_{pt}.$$

Анализ временных рядов с учетом предпосылок регрессионного анализа позволяет определить общую направленность в процессе прогнозирования изменения величины исследуемого показателя. Для исключения атокорреляции при необходимости используются рассмотренные выше процедуры для случая парной зависимости. Могут использоваться две вычислительные схемы прогнозирования на основе уравнений множественной регрессии:

1) анализ отклонений абсолютных уровней от трендов;

2) построение нескольких статических моделей (для каждого года предпрогнозного периода), параметры которых определяются в виде функций времени, после чего рассчитываются наиболее вероятные значения признаков в перспективе.

**Расчет параметров уравнений по отклонениям.**

Осуществляется отбор факторных признаков  $x_1, x_2, \dots, x_p$  , оказывающих влияние на  $y$ . Исходные данные представлены временными рядами

$$x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{pt}; y_t.$$

Определяются тенденции изменения временных рядов, т.е. тренды

$$\mathcal{E}_t = f(t); \mathcal{E}_{it} = f_i(t); i = 1, 2, \dots, n.$$

Рассчитываются отклонения выравненных значений переменных от исходных величин

$$\gamma_t = y_t - f(t); \varepsilon_{it} = x_{it} - f_i(t).$$

Выявляется наличие мультиколлинеарности, для чего вычисляются коэффициенты парной корреляции. Устанавливаются периоды запаздывания (временные лаги) во взаимодействии признаков. Анализ временных рядов с лагом рассмотрен в предыдущем параграфе.

После корректировки состава независимых переменных приступают к оцениванию параметров уравнения множественной линейной регрессии

$$\gamma_t = \alpha_1 \varepsilon_{1t} + \alpha_2 \varepsilon_{2t} + \dots + \alpha_p \varepsilon_{pt}. \quad (4.32)$$

При наличии временного лага  $L$  по переменной  $x_i$  в уравнение вместо  $\varepsilon_{it}$  вводится  $\varepsilon_{it-L}$ .

Коэффициенты  $\alpha_i$  рекомендуется определять по методу наименьших квадратов, используя так называемые стандартизованные  $\beta_i$  коэффициенты. Необходимость использования коэффициентов в стандартизованном виде объясняется тем, что в уравнении (4.32) каждое отклонение является абсолютной величиной, такой же, как и ис-





живания, на основе трендов или уравнений авторегрессии, методом экспертных оценок. При необходимости в модели должны найти отражение периоды запаздывания.

**Характеристика тесноты связи.** Для определения тесноты связи рассчитывается коэффициент множественной корреляции  $R$ ,  $0 \leq R \leq 1$ .  $R$  не присваивается знак, т.к. факторы находятся в разной парной (прямой и обратной) зависимости с результивной переменной.

Для уравнений регрессии в стандартизованном масштабе при линейной зависимости  $R$  имеет вид:

$$R = \sqrt{\beta_1 r_{\gamma_t \varepsilon_{1t}} + \beta_2 r_{\gamma_t \varepsilon_{2t}} + \dots + \beta_p r_{\gamma_t \varepsilon_{pt}}}. \quad (4.34)$$

Для определения степени влияния вариации факторных признаков на вариацию зависимого признака рассчитывается коэффициент множественной детерминации  $D = R^2$ , частные коэффициенты детерминации  $d_i = \beta_i r_{\gamma_t \varepsilon_{it}}$ ;  $\sum d_i = R^2$ .

Для случаев нелинейной зависимости коэффициент множественной корреляции рассчитывается как результат сопоставления двух дисперсий: остаточной  $\sigma_{ост}^2$  и общей  $\sigma_{общ}^2$ .

$$R = \sqrt{1 - \sigma_{ост}^2 / \sigma_{общ}^2} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2 / n}{\sum (y - \bar{y})^2 / n}}. \quad (4.35)$$

**Проверка статистической надежности уравнения множественной регрессии.** В регрессионном анализе при использовании в качестве первичной информации выборочных данных результаты расчетов в значительной степени зависят от способности выборочного уравнения регрессии отображать закономерности, существующие в генеральной совокупности. Важное значение при этом имеет правильный выбор типа аналитической функции, качество подбора параметров множественного уравнения, степень разброса исходных данных относительно линии регрессии.

Для оценки статистической надежности множественных моделей могут применяться различные показатели, особое место среди них занимают  $t$ -критерий Стьюдента и  $F$ -критерий Фишера.

Для проверки существенности коэффициентов регрессии определяется расчетное значение  $t$ -критерия

$$t_{расч} = R \sqrt{n - p - 1} / (1 - R^2),$$

которое сопоставляется с табличным значением  $t_{табл.}$ . Величина  $t_{табл.}$  находится с учетом числа степеней свободы  $k = n - p - 1$ , где  $n$  - количество наблюдений,  $p$  - количество факторов и доверительной вероятности  $P$ . Если  $t_{расч} > t_{табл.}$ , то это свидетельствует о том, что корреляционная связь существует между признаками  $y_t$  и  $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{pt}$  не только в выборочной, но и в генеральной совокупности.

Значимость коэффициентов чистой регрессии устанавливается следующим образом. Определяется расчетная величина  $t$ -критерия для каждого  $i$ -го коэффициента, которая сравнивается с табличной.

$$t_{расч_i} = a_{ii} / \sigma_{a_i}, \text{ где}$$

$$\sigma_{a_i} = \sqrt{\left[ \sum (y_t - \hat{y}_t)^2 / (n - p - 1) \right] A_{ii}},$$

где  $A_{ii}$  - диагональный элемент матрицы, обратной по отношению к матрице системы нормальных уравнений. Если  $t_{расч} > t_{табл.}$ , то значение  $i$ -го коэффициента пропорциональности в выборочном уравнении регрессии незначительно отличается от коэффициента регрессии, которое можно было бы построить по материалам всей совокупности. В противном случае надежность  $i$ -го коэффициента следует считать недостаточной, а соответствующий факторный признак  $x_{it}$  рекомендуется исключить из числа переменных в уравнении регрессии.

При необходимости по известным  $t_{табл}, \sigma_{a_{it}}$  можно рассчитать доверительную зону для выборочного коэффициента:

$$a^{o(n)}_{it} = a_{it} \pm t_{табл} \sigma_{a_{it}}. \quad (4.36)$$

Для оценки надежности уравнения регрессии в целом рекомендуется использовать  $F$ -критерий Фишера.

$$F_{расч} = \frac{\sigma_{факт}^2}{\sigma_{ост}^2} = \frac{\sum (\mathfrak{f}_t - \bar{y}_t)^2 / (p-1)}{\sum (y_t - \mathfrak{f}_t)^2 / (n-p)}. \quad (4.37)$$

Если  $F_{расч} > F_{табл}$  для  $k_1=p-1$  и  $k_2=n-p$  и доверительной вероятности  $P$ , то уравнение множественной регрессии следует признать статистически значимым. В противном случае гипотеза об адекватности уравнения отбрасывается.

Также для обобщенной оценки уравнения множественной регрессии определяется средняя ошибка аппроксимации:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{t=1}^n (|y_t - \mathfrak{f}_t| / y_t)}{n} \cdot 100\%. \quad (4.38)$$

Допустимой ошибкой является ошибка, не превышающая 15%.

**Прогнозирование по абсолютным уровням временных рядов.** Для исключения автокорреляции непрерывный процесс изменения признака искусственно расчленяется на несколько этапов по числу отрезков времени, составляющих период наблюдения.

На каждой стадии расчетов значения переменных рассматриваются как статические величины без учета их вероятного изменения в будущем. По исходным данным, характеризующим взаимодействие признаков в каждый данный момент времени, строятся уравнения множественной регрессии

$$\mathfrak{f}_t = a_{0t} + a_{1t}x_{1t} + a_{2t}x_{2t} + \dots + a_{pt}x_{pt}$$

$$\text{либо } \hat{y}_t = a_{0t}x_{1t}^{a_{1t}}x_{2t}^{a_{2t}}\dots x_{pt}^{a_{pt}}.$$

Поскольку значения переменных  $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{pt}$  не остаются постоянными во времени, а закономерно изменяются, то множество моделей необходимо дополнить аналитическими зависимостями, отражающими тенденции варьирования показателей аргументов  $x_{it}$  и коэффициентов регрессии  $a_{it}$ . С этой целью коэффициенты пропорциональности объединяют во временные ряды, после чего устанавливают закономерности изменения их во времени. В общем случае уравнения регрессии имеют вид:

$$\mathfrak{f}_{it} = f_i^a(t), i = 1, 2, \dots, p.$$

Аналогично определяется тенденция варьирования для каждого показателя аргумента в отдельности:

$$\mathfrak{f}_{it} = f_i^x(e), i = 1, 2, \dots, p.$$

С помощью этих моделей могут быть найдены значения переменных  $x_{1t}^T, x_{2t}^T, \dots, x_{pt}^T$ , а также коэффициенты  $a_{1t}^T, a_{2t}^T, \dots, a_{pt}^T$ . Для прогнозирования величины исследуемого признака могут использоваться регрессии вида

$$\mathfrak{f}_t = a_{0t}^T + a_{1t}^T x_{1t}^T + \dots + a_{pt}^T x_{pt}^T. \quad (4.39)$$

Зависимость может быть мультипликативной. Модели могут использоваться в динамике. Для этого в уравнение регрессии подставляются прогнозные уровни аргументов и параметров.

Доверительные интервалы должны учитывать вариацию аргументов и вариацию коэффициентов регрессии.

#### **Расширение линейной множественной регрессии.**

В уравнение регрессии обычно включаются переменные  $x$ , существенные с точки зрения экономической теории и принимающие значения в некотором интервале. Некоторые из них в свою очередь могут быть функциями других переменных. Например,  $x_i = \sqrt{z_i}$ , а  $x_j = \lg z_j$  и т.п. Модель при этом должна оставаться линейной относительно ее па-

раметров и удовлетворять всем свойствам, необходимым для применения обыкновенного метода наименьших квадратов.

При изучении социально-экономических явлений в некоторых случаях необходимо включить в модель такие факторы, которые отражают, в том числе, различные качественные уровни. Это имеет место при существенных изменениях общих условий, при временном сдвиге, анализе атрибутивных признаков, таких, например, как пол, образование, принадлежность к социальным или профессиональным группам и т.д. Иногда это связано с потребностью изучения большого числа количественных переменных.

Такие специальным образом сконструированные переменные называются *фиктивными переменными*. Эти переменные вводятся в модель и оцениваются, однако им должны быть присвоены при этом некие цифровые метки, осуществляющие преобразование качественных переменных в количественные.

Рассмотрим пример функции спроса на кредитные услуги банков. Пусть имеет место линейная зависимость потребления таких услуг по сельским и городским домохозяйствам в зависимости от доходов. В общем виде для исследуемой совокупности уравнение регрессии имеет вид:

$$y = a + bx + \varepsilon,$$

где  $y$  - величина обязательств (долга) по кредитам,  $x$  - доход на одного члена семьи. Аналогичные уравнения можно найти отдельно для домохозяйств на селе и в городе:  $y_1 = a_1 + b_1x_1 + \varepsilon_1$  и  $y_2 = a_2 + b_2x_2 + \varepsilon_2$ . Различия обусловлены особенностями ведения домашнего хозяйства, психологией сельских и городских жителей, определяющих в конечном счете их кредитное поведение. Средние характеристики объемов обязательств городских и сельских домохозяйств  $\bar{y}_1$  и  $\bar{y}_2$  будут различными.

Объединение уравнений  $y_1$  и  $y_2$  возможно с включением фиктивных переменных:

$$y = a_1z_1 + a_2z_2 + bx + \varepsilon, \quad (4.40)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  - фиктивные переменные места проживания домохозяйства, такие, что:

$$z_1 = \begin{cases} 1 - \text{город} \\ 0 - \text{село} \end{cases}; \quad z_2 = \begin{cases} 0 - \text{город} \\ 1 - \text{село} \end{cases}.$$

Зависимая переменная  $y$  в уравнении (4.40) является функцией не только дохода  $x$ , но и типа домохозяйства (городского или сельского) ( $z_1, z_2$ ). Переменная  $z$  рассматривается как дихотомическая переменная, принимающая два значения: 1 и 0. Когда  $z_1=1, z_2=0$  и, наоборот, при  $z_1=0, z_2=1$ .

Общее уравнение регрессии (4.40) для городского домохозяйства будет иметь вид:  $\mathcal{F} = a_1 + b \cdot x$ . Для сельского домохозяйства соответственно уравнение регрессии принимает вид:  $\mathcal{F} = a_2 + b \cdot x$ . Параметр  $b$  является общим для всей совокупности домохозяйств, а различия кредитного поведения городских и сельских семей обусловлены свободными членами уравнения регрессии.

Матрица исходных данных будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & x_1 \\ 0 & 1 & x_2 \\ 1 & 0 & x_3 \\ 0 & 1 & x_4 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & x_{n-1} \\ 1 & 0 & x_n \end{bmatrix}.$$

В соответствии с приведенной матрицей первые два домохозяйства в исследуемой совокупности являются сельскими, следующее – городское, следующее – сельское

и т.д., наконец, два последних из  $n$  являются городскими. Для оценки параметров уравнения может использоваться метод наименьших квадратов.

Фиктивных переменных может быть введено более двух групп, что позволяет углубить исследование. В рассмотренном примере кредитное поведение домохозяйств будет зависеть, например, от объема накопленных активов, возраста главы семьи, наличия и количества детей и т.п.

Пример подобного подхода приведен Дж.Джонстоном (1, с. 182-185). Описано изучение динамики социально-экономических систем на основе совместного анализа социологических и некоторых других переменных с традиционными экономическими переменными.

В исследовании распределения семей по признаку долга по закладным задача разбита на две части. Вначале предсказывается вероятность наличия долга, а затем для семей с ненулевым долгом предсказывается его величина.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

5. Батуева А.Д., Антохонова И.В. Анализ и прогнозирование по одиночным временным рядам с использованием пакета статистической обработки "STATISTICA". - Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 1999. - 49 с.

6. Дж.Джонстон. Эконометрические методы / Пер. с англ. и предисл. А.А. Рывкина. – М.: Статистика, 1980. – 444 с., ил.

7. Иванова В.М. Основы эконометрики: Учебное пособие / Моск.эконом.-стат.ин-т. – М., 1995. – 145 с.

8. Королев Ю.Г. Метод наименьших квадратов в социально-экономических исследованиях. – М.: Статистика, 1980. – 112 с., ил.

9. Сигел Э.Ф. Практическая бизнес-статистика.: Пер. с англ.: Издательский дом "Вильямс", 2002. – 1056 с.: ил.

10. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие (Под ред. А.Г.Гранберга). М., Финансы статистика, 1990.

11. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. Изд. 2-е, перераб. и доп. - М.: "Статистика", 1977.- 200 с. с ил.

12. Эконометрика: Учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.: ил.

## Глава 5

### ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

#### 5.1.Сущность и принципы эконометрического моделирования

Термин "эконометрия" был введен в научную литературу в 1926 году норвежским статистиком Рагнарм Фришем для обозначения самостоятельной области научных исследований. Основной задачей ученый провозгласил "развитие экономической теории в ее связи со статистикой и математикой". Это развитие было весьма успешным, т.к. Р.Фришу и Я.Тинбергеноу в 1969 году была присуждена Нобелевская премия.

Эконометрия буквально означает измерения в экономике. Однако речь идет не о прямых измерениях, а о косвенных. В настоящее время чаще употребляется термин "эконометрика", которая представляет обоснование и доказательство концепций и выводов экономической теории результатами количественного анализа реальных процессов. Основная задача эконометрики состоит в построении моделей специфического типа (эконометрических моделей), описывающих взаимообусловленное развитие социально-экономических процессов на основе информации,

отражающей распределение их уровней во времени и (или) в пространстве однородных объектов.

Наиболее важной задачей является оценка и проверка экономической модели. Первой стадией этого служит спецификация модели в математической форме. На второй стадии осуществляется сбор адекватных данных об объекте. На третьей стадии проводится оценка параметров модели и проверка оцененной модели. Модель либо признается реалистичной, либо признается необходимость оценки другой спецификации модели.

Таким образом, эконометрическое моделирование охватывает весь цикл решения экономической задачи – от ее постановки до содержательной интерпретации результатов статистического анализа и прогнозирования.

Как отмечают ведущие статистики<sup>13</sup>, при всем разнообразии спектра решаемых с помощью эконометрики задач их можно классифицировать по конечным прикладным целям на две основные: прогноз социально-экономических показателей, характеризующих состояние анализируемой системы, и имитация различных возможных сценариев социально-экономического развития анализируемой системы.

Классификация эконометрических исследований (табл.5.1), данная Дж.Джонстоном в монографии "Эконометрические методы" (2), является хорошим ориентиром в изучении эконометрики.

При построении адекватной эконометрической модели решающее значение имеют теоретические предположения. Предположение о вероятностных свойствах случайного возмущения и является той априорной информацией, которая позволяет выбирать конкретный вид зависимой информации. Эмпирическая же информация может в

<sup>13</sup> Айвазян С.А., Мхитарян В.С., Балалова Е.И. Эконометрика: этапы развития и причина популярности // Вопросы статистики. – 2001. - № 2. - С. 60-62.

мости или модельную спецификацию. Допущение адди-

Таблица 5.1

Классификация эконометрических исследований

Эконометрика	Приложения	Модели на- цион. Экономики	Высокодетализированные	
			Не агрегированные	
			Агрегированные	
		Модели сек- торов	Прочие	
	Международной торговли			
	Сектора, отрасли, фирмы			
	Одновременные уравнения	Оценивание	Метод максимального правдоподобия с полной информацией	
			Трехшаговый метод наименьших квадратов	
			Методы ограниченной информации	
			Двухшаговый метод наименьших квадратов	
		Идентификация		
Методы	Одно уравнение	Обобщенный МНК	Гетероскедастичность	
			Автокорреляция	
			Априорная информация	
			Ошибки в переменных	
			Лаговые переменные	
			мультиколлинеарность	
			Спецификация ошибок	
			Группировка переменных	
	Линейные ограничения		сезонная кор-	
	Классический МНК	Фиктивные переменные		
Прогнозирование				
Проверка				

				Оценивание	ректи ровка
--	--	--	--	------------	----------------

тивности случайного возмущения также относится к априорному случаю, в котором лучше всего дать сведения о совместном распределении исследуемых признаков.

При допущении нормальности или, по крайней мере, симметричности распределения возмущения в качестве наилучшего приближения функции к эмпирическим наблюдениям, можно выбрать линейные соотношения переменных в эконометрической модели. При других распределениях случайного возмущения лучшей зависимостью может оказаться нелинейная функция.

Построение модели можно начинать с анализа линейной зависимости, тогда идентификация модели должна выявить характер распределения возмущения, т.к. постулируется нормальность распределения возмущения и проверяется зависимость на линейность. Если нормальность распределения выборочных остатков не обеспечивается, то исследуется другая спецификация при сохранении гипотезы нормальности распределения случайного возмущения.

Принципы построения эконометрических моделей:

1. Выбор результативных признаков, представляющих для исследователя основную цель и суть решаемой задачи.

2. Построение уравнения, в котором изменение результативного признака объясняется при помощи других переменных.

3. Построение уравнений для объясняющих переменных до тех пор, пока необъясненными останутся только те переменные, которые невозможно выразить в рамках данной модели.

4. Все параметры полученных уравнений должны быть оценены статистическими методами на основе данных в форме временных рядов.

5. Уравнения с полученными оценками параметров проверяются при помощи экстраполяции и результаты прогноза оцениваются на надежность.

**Классификация переменных в эконометрических моделях.** При построении эконометрических моделей, представляющих собой систему взаимосвязанных уравнений регрессии, разделение переменных на объясняющие и зависимую, принятое в регрессионном анализе, теряет смысл, т.к. одна и та же переменная может входить в одно из уравнений как зависимая, а в другое – как объясняющая. Поэтому следует говорить о классификации переменных, которая соответствует сущности и особенностям эконометрических моделей.

Такое разделение переменных относится к проблеме спецификации моделей и исходит из экономических и логико-теоретических соображений (З, с.63). Поэтому классификация должна отражать объективно существующие отношения между изучаемыми экономическими явлениями, вскрывая их природу и характер с выделением взаимозависимых явлений и односторонних зависимостей.

1. *Эндогенные переменные*, т.е. экономические величины, которые являются зависимыми и объясняются эконометрической моделью. Значения этих переменных формируются в результате одновременного взаимодействия переменных, образующих модель. Эндогенные переменные зависят от экзогенных и возмущающих переменных.

2. *Экзогенные переменные*, определяемые вне модели. Они не объясняются моделью и являются внешними, заданными экономическими величинами. Между эндогенными и экзогенными переменными существуют только односторонние стохастические причинные отношения.

3. *Лаговые переменные*, значения которых отстают на один или несколько периодов. Поскольку лаговые переменные в период времени  $t$  также не объясняются эконометрической моделью, то их можно отнести к заранее заданным экзогенным.

4. *Предопределенные переменные*, к которым относятся:

а) обычные экзогенные переменные, они заранее предопределены, так как объясняются фактами, лежащими вне модели;

б) лаговые экзогенные переменные, они заранее предопределены, так как их значения принадлежат предшествующим периодам и объясняются вне модели;

в) лаговые эндогенные переменные, их предопределенность следует из предшествующего объяснения в эконометрической модели.

5. *Совместно зависимые переменные*, которые определяются не одним уравнением, а одновременными уравнениями модели. Эконометрическую модель в связи с этим можно рассматривать как способ определения совместно зависимых переменных через предопределенные переменные и возмущения.

6. *Возмущающие или латентные переменные*, т.е. экономические величины, не входящие в уравнения эконометрических моделей, но оказывающие влияние на совместно зависимые переменные. Возмущения являются стохастическими переменными. В отличие от совместно зависимых и предопределенных переменных, их эмпирические значения неизвестны, они находятся как остатки по определенным уравнениям после оценки неизвестных параметров модели. Интерпретация возмущающих переменных в эконометрической модели та же, что и в случае одного уравнения регрессии, рассмотренного в главе 4.

## 5.2. Виды эконометрических моделей.

В зависимости от цели исследования и поставленных задач эконометрическая модель может быть представлена в различных видах.

Основы регрессионного анализа, рассмотренные в главе 4, содержат основные понятия, предпосылки и мето-

ды эконометрического моделирования. Однако во многих случаях в экономике приходится иметь дело с необходимостью описания и измерения системы причинных отношений.

**1. Структурная форма модели.** Она отражает одно- и многосторонние стохастические причинные отношения между экономическими величинами в их непосредственном виде.

Эта система уравнений, отражающих наличие одно-временных экономических взаимосвязей, называется системой *одновременных или структурных* уравнений. В структурном уравнении содержится одна или несколько совместно зависимых переменных. Характерной особенностью структурных уравнений является определенная автономность их по отношению к предопределенным переменным, так как изменение этих переменных и их параметров в одном структурном уравнении не обязательно приводит к изменениям в других структурных уравнениях.

Наряду со структурными уравнениями эконометрическая модель может содержать так *называемые определяющие уравнения – тождества*. Тождества не содержат возмущений и их параметры в общем случае равны единице, следовательно, они не подлежат оценке. Примером может быть следующая модель:

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1(Y_t - T_t);$$

$$I_t = \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 R_t;$$

$$I_t = C_t + I_t + G_t.$$

## 2. Полная эконометрическая модель.

а) она охватывает те переменные, которые оказывают существенное влияние на совместно зависимые переменные, а возмущения имеют случайный характер;

б) она содержит столько уравнений, сколько в ней имеется совместно зависимых переменных;

в) система уравнений имеет однозначное решение относительно совместно зависимых переменных.



Модель должна быть полной, когда необходимо количественно описать экономическое явление или когда она применяется для прогнозирования. Структурная форма важна при конструировании модели, при получении прогнозных значений и принятии решений главная роль принадлежит приведенной, или прогнозной форме.

**3. Прогнозная, или приведенная форма эконометрической модели.** В данном случае решается система линейных уравнений относительно эндогенных совместно зависимых переменных. Эти переменные являются линейными функциями от predetermined и возмущающих переменных.

$$\begin{cases} y_{t_1} = \delta_{11}x_{t_1} + \delta_{12}x_{t_2} + \dots + \delta_{1m}x_{t_m} + \varepsilon_1 \\ y_{t_2} = \delta_{21}x_{t_1} + \delta_{22}x_{t_2} + \dots + \delta_{2m}x_{t_m} + \varepsilon_2 \\ \dots \\ y_{t_n} = \delta_{n1}x_{t_1} + \delta_{n2}x_{t_2} + \dots + \delta_{nm}x_{t_m} + \varepsilon_n \end{cases}$$

Коэффициенты уравнений в модели являются комбинациями все структурных коэффициентов совместно зависимых переменных и соответствующих predetermined переменных во всех структурных уравнениях.

**4. Модель из взаимозависимых переменных (интердепендентная модель).** Модель представляет систему структурных уравнений, в которых переменные одновременно удовлетворяют нескольким равенствам, т.е. являются многосторонне зависимыми.

$$\begin{cases} y_{t_1} = b_{12}y_{t_2} + b_{13}y_{t_3} + \dots + b_{1n}y_{t_n} + a_{11}x_{t_1} + a_{12}x_{t_2} + \dots + a_{1m}x_{t_m} + \varepsilon_1 \\ y_{t_2} = b_{21}y_{t_1} + b_{23}y_{t_3} + \dots + b_{2n}y_{t_n} + a_{21}x_{t_1} + a_{22}x_{t_2} + \dots + a_{2m}x_{t_m} + \varepsilon_2 \\ \dots \\ y_{t_n} = b_{n1}y_{t_1} + b_{n2}y_{t_2} + \dots + b_{nn}y_{t_n} + a_{n1}x_{t_1} + a_{n2}x_{t_2} + \dots + a_{nm}x_{t_m} + \varepsilon_n \end{cases}$$

**5. Рекурсивная модель.** Модель может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{cases} y_{t_1} = a_{11}x_{t_1} + a_{12}x_{t_2} + \dots + a_{1m}x_{t_m} + \varepsilon_1 \\ y_{t_2} = b_{21}y_{t_1} + a_{21}x_{t_1} + a_{22}x_{t_2} + \dots + a_{2m}x_{t_m} + \varepsilon_2 \\ \dots \\ y_{t_n} = b_{n1}y_{t_1} + b_{n2}y_{t_2} + \dots + b_{nn}y_{t_n} + a_{n1}x_{t_1} + a_{n2}x_{t_2} + \dots + a_{nm}x_{t_m} + \varepsilon_n \end{cases}$$

В данной системе линейных уравнений зависимая переменная одного уравнения является фактором в других уравнениях.

**6. Блочно-рекурсивная модель.** Модель возникает при наличии большого числа объясняемых переменных, что вызывает необходимость разбиения модели. Разбиение на подмодели облегчает выполнение процедур статистического оценивания параметров.

**7. Модель из системы независимых уравнений.** В системе каждая эндогенная переменная  $y_{t_i}$  рассматривается как функция одного и того же набора факторов  $x_{j_i}$ .

$$\begin{cases} y_{t_1} = a_{11}x_{t_1} + a_{12}x_{t_2} + \dots + a_{1m}x_{t_m} + \varepsilon_1 \\ y_{t_2} = a_{21}x_{t_1} + a_{22}x_{t_2} + \dots + a_{2m}x_{t_m} + \varepsilon_2 \\ \dots \\ y_{t_n} = a_{n1}x_{t_1} + a_{n2}x_{t_2} + \dots + a_{nm}x_{t_m} + \varepsilon_n \end{cases}$$

Эндогенные переменные независимы между собой, структурная и приведенная формы таких моделей совпадают.

### 5.3. Проблемы идентификации в эконометрических моделях

При изучении систем одновременных уравнений, описывающих взаимосвязи, каждое структурное уравнение должно быть проверено на идентифицируемость. Идентифицируемость структурных уравнений означает, что посредством линейной комбинации некоторых или всех уравнений модели невозможно получить ни одно уравне-

ние, которое противоречило бы модели и параметры которого отличались бы от параметров структурных уравнений, подлежащих оценке.

При решении проблемы идентификации рассматриваются стохастические предположения о возмущениях. Прогнозная форма модели при условии нормальности распределения возмущающих переменных и их независимости от экзогенных переменных, а также при отсутствии автокорреляции возмущающих переменных и отсутствии функциональной мультиколлинеарности всегда идентифицируема, так как ей не присуща взаимосвязь между совместно зависимыми переменными в отдельных уравнениях.

Применяются следующие критерии идентифицируемости для полной эконометрической модели.

1. Необходимым, но не достаточным условием идентифицируемости модели является следующее требование-критерий: число предопределенных переменных ( $D$ ), которые содержатся в модели, но исключены из рассматриваемого структурного уравнения, по крайней мере должно быть равно числу совместно зависимых (эндогенных) переменных ( $H$ ) в этом же структурном уравнении минус единица.

Критерий можно записать так:

$$D \geq H - 1.$$

При  $D = H - 1$  имеет место точная идентификация, т.е. число ограничений на параметры модели достаточно, чтобы однозначно определять параметры структурных уравнений по их приведенной форме.

При  $D > H - 1$  уравнение сверхидентифицируемо. В данном случае имеется больше ограничений на параметры модели, чем это необходимо для идентификации.

При  $D < H - 1$  структурное уравнение неидентифицируемо, т.к. число ограничений является недостаточным.

2. Необходимое и достаточное условие идентифицируемости модели определяется на основе матрицы, составленной из коэффициентов при переменных,

исключенных из исследуемого уравнения. Ранг этой матрицы должен быть не менее числа совместно зависимых эндогенных переменных минус единица.

Идентификация структурных моделей предполагает, что возмущения распределены независимо друг от друга. Т.к. независимость возмущений является одним из требований рекурсивной модели, рекурсивные модели всегда идентифицируемы.

#### 5.4. Оценивание параметров эконометрических моделей

Для оценивания эконометрических моделей необходимо выполнение предположений относительно возмущений и закона их распределений, связанных с предпосылками регрессионного анализа, рассмотренными в главе 4. Выполнение предположений о вероятностных свойствах возмущений дополняет спецификацию модели.

Предпосылка 1. Возмущающие переменные  $\varepsilon_t$  распределены нормально. Многомерный нормальный закон позволяет использовать статистические критерии классической математической статистики.

Предпосылка 2. Математическое ожидание возмущающих переменных равно нулю

$$M(\varepsilon_t) = 0, t = 1, 2, \dots, T.$$

Предпосылка 3. Матрица дисперсий и ковариаций возмущающих воздействий для любого момента времени  $t$  невырожденная.

Предпосылка 4. Возмущающие переменные различных уравнений для каждого момента времени  $t$  независимы друг от друга. Данная предпосылка является одним из условий рекурсивной модели.

Предпосылка 5. Распределение возмущающих переменных инвариантно относительно времени. Эта предпосылка означает неизменность дисперсии и ковариации для любого периода времени. Условие представляет обобщение

ние требования гомоскедастичности для линейной регрессии.

Предпосылка 6. Возмущающие переменные в различных структурных уравнениях неавтокоррелированы.

Предпосылка 7. Текущие значения возмущений стохастически независимы от предопределенных переменных для фиксированного момента времени  $t$ . В силу данного предположения значения лаговых эндогенных переменных не коррелируют с возмущающими воздействиями.

Предпосылка 8. Возмущения стохастически независимы от экзогенных переменных для любого момента времени.

Предпосылка 9. Экзогенные переменные не коррелируют между собой, т.е. между экзогенными переменными отсутствует мультиколлинеарность.

Обыкновенный метод наименьших квадратов может применяться для оценивания параметров системы независимых уравнений, рекурсивных и интердепендентных моделей.

Для решения идентифицируемых уравнений применяется *косвенный метод наименьших квадратов*. Обычный МНК не учитывает одновременных соотношений между совместно зависимыми переменными, поэтому не может непосредственно применяться.

Модель вначале представляется в прогнозной (приведенной) форме. Применяя МНК к каждому полученному уравнению, оценивают все параметры (коэффициенты) системы в прогнозной форме. Так как по предположению все структурные уравнения точно идентифицируемы, на следующем этапе однозначно определяются структурные коэффициенты по коэффициентам прогнозных уравнений. То есть структурные коэффициенты оцениваются косвенно через оценки параметров прогнозной модели.

Для решения сверхидентифицированных уравнений применяется двухшаговый метод наименьших квадратов, учитывающий многосторонние связи совместно зависимых

переменных. В данном случае структурные уравнения содержат меньше коэффициентов, чем приведенные.

Метод является обобщением обычного МНК и выполняется в два этапа. Основная идея двухшагового МНК заключается в замене зависимых переменных  $y_t$  на их оценки  $\hat{y}_t$ . Благодаря этому содержащиеся в уравнениях переменные приобретают характер предопределенных переменных и применение МНК дает удовлетворительные оценки.

Алгоритм метода включает следующие шаги:

1. Структурные уравнения преобразовывают в приведенные.
2. Приведенные уравнения решаются с помощью МНК.
3. Проверяется надежность уравнений по F-критерию.
4. Если уравнения надежны, по ним вычисляются расчетные значения эндогенных переменных для каждой единицы совокупности.
5. Эти расчетные значения эндогенных переменных, находящихся в правой части структурных уравнений, и соответствующие значения экзогенных переменных используются для решения структурных уравнений с помощью МНК.
6. Вновь проверяется надежность полученных решений. Эта проверка необходима, так как при ДМНК решенные структурные уравнения качественно отличны от приведенных уравнений, в том числе имеют другое число степеней свободы вариации, поэтому надежность приведенных уравнений еще не гарантирует надежность решения структурных уравнений.

### 5.5. Прогнозирование на основе эконометрической модели

Системы одновременных уравнений в основном используются для построения макроэкономических моделей функционирования национальной экономики. Это модели мультипликационных эффектов кейнсианского типа различной степени детализации. Наиболее простой вариант модели имеет следующий вид:

$$\begin{cases} C_t = a + b \cdot Y_t + \varepsilon_t \\ Y_t = C_t + I_t \end{cases}, \quad (5.1)$$

где  $C_t$  - личное потребление в постоянных ценах для периода  $t$ ;

$Y_t$  - национальный доход в постоянных ценах за этот же период;

$I_t$  - чистые инвестиции в постоянных ценах за период времени  $t$ ;

$\varepsilon_t$  - случайная компонента.

В силу наличия определяющего уравнения - тождества - структурный коэффициент  $b$  не может быть больше 1. Он характеризует краткосрочную предельную склонность к потреблению,  $b-1$  при этом характеризует долю инвестирования. Если  $b > 1$ , то на потребление расходуются не только доходы, но и сбережения. Параметр  $a$  Кейнс рассматривал как прирост потребления за счет других факторов. Поскольку прирост во времени может быть не только положительным, но и отрицательным, то такой вывод правомерен.

Структурный коэффициент  $b$  используется для расчета мультипликаторов - инвестиционного мультипликатора потребления  $M_c = b/(1-b)$  и инвестиционного мультипликатора национального дохода  $M_y = 1/(1-b)$ .

При  $b=0,65$   $M_c = 0,65/(1-0,65) = 1,857$ . Это означает, что дополнительные вложения в размере, например, 1 тысячи рублей приведут при прочих равных условиях к до-

полнительному увеличению потребления на 1,857 тысяч рублей.

Инвестиционный мультипликатор национального дохода составит:  $M_y = 1/(1-0,65) = 2,857$ , т.е. дополнительные инвестиции в размере 1 тысячи рублей на длительный срок приведут при прочих равных условиях к дополнительному доходу в 2,857 тысяч рублей.

Данная модель идентифицируема, и для оценки структурного коэффициента  $b$  применяется косвенный МНК. Строится система приведенных уравнений:

$$\begin{cases} C_t = A + BI_t + u_1 \\ Y_t = A' + B'I_t + u_2 \end{cases}, \quad (5.2)$$

в которой  $A = A'$ , а параметры  $B$  и  $B'$  являются мультипликаторами, т.е.  $B = M_c; B' = M_y$ .

Для получения прогнозных значений взаимозависимых переменных необходимо вывести прогнозную форму модели. Для этой цели нужно подставить определяющее уравнение в структурную форму функции потребления:

$$C_t = a + b(C_t + I_t) + \varepsilon_t + a + bC_t + bI_t + \varepsilon_t.$$

Решая уравнение относительно  $C_t$ , получим приведенное уравнение:

$$C_t = \frac{a}{1-b} + \frac{b}{1-b} I_t + \frac{1}{1-b} \varepsilon_t$$

$$\text{Отсюда } A = a/(1-b); B = b/(1-b) = M_c; u_1 = (1/(1-b)) \cdot \varepsilon_t.$$

Аналогично для получения прогнозной формы инвестиций  $I_t$  нужно выразить функцию потребления  $C_t$  из структурного уравнения и подставить в определяющее уравнение:

$$Y_t = a + bY_t + \varepsilon_t + I_t.$$

После преобразований получается следующий вид:

$$Y_t + \frac{a}{1-b} + \frac{1}{1-b} \cdot I_t + \frac{1}{1-b}.$$

$$A' = a/(1-b) = A; B' = 1/(1-b) = M_y; u_2 = (1/(1-b)) \cdot \varepsilon_t.$$

Таким образом, приведенная форма модели содержит мультипликаторы, интерпретируемые как коэффициенты линейной регрессии, отвечающие на вопрос, на сколько единиц изменится значение эндогенной переменной, если экзогенная переменная изменится на 1 единицу своего измерения.

Мультипликаторы указывают общие эффекты от экзогенных переменных в противоположность структурным коэффициентам интердепендентной модели, которые указывают лишь частные эффекты изменения объясняющих переменных на зависимые переменные. Оценки, полученные на основе мультипликаторов, реалистичнее и более важны для принятия по ним решений, чем оценки, полученные на основе структурных коэффициентов.

Примеры с большим числом переменных приведены в работах В.М. Ивановой, И.И.Елисейевой (3,4). Некоторые переменные могут быть лаговыми. Примером рекурсивной модели является оцененная система уравнений потребительского спроса<sup>14</sup>:

*эндогенные переменные:*  $y_{1,t}$  - расходы на продукты питания на душу;  $y_{2,t}$  - расходы на промышленные товары и услуги на душу;  $y_{3,t}$  - непотребительские расходы и сбережения на душу.

*экзогенные переменные:*  $x_{1,t}$  - доходы на душу;  $x_{2,t}$  - индекс потребительских цен;  $x_{3,t}$  - коэффициент Джини;  $x_{4,t}$  - процентная ставка.

С использованием ППП "Statistica" проведена оценка параметров модели, включающей три линейных регрессионных уравнения.

$$\begin{cases} y_{1,t} = -2668,45 + 0,3 * x_{1,t} - 36,91 * x_{2,t} + 4048,22 * x_{3,t} + 303,9 * t \\ y_{2,t} = -2,75 - 1,04 * y_{1,t} + 0,84 * x_{1,t} + 1,04 * x_{4,t} - 85,67 * t \\ y_{3,t} = -649,922 + 0,707 * y_{1,t} - 0,707 * y_{1,t-1} + 0,118 * x_{1,t-1} - 0,118 * x_{1,t-2} + 3,163 * x_{4,t-1} \end{cases}$$

<sup>14</sup> Антохонова И.В. Статистический анализ потребительского спроса в регионе в переходный период. Материалы межд.научно-практ.конф..Спб.: 2004, с.47-48.

Переменные в правой части уравнения являются экзогенными, третье уравнение объективно содержит лаговые переменные. Уравнения значимы по критерию Фишера, параметры уравнений - по критерию Стьюдента.

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник. М.: ЮНИТИ, 1998.
2. Дж.Джонстон. Эконометрические методы / Пер. с англ. и предисл. А.А. Рывкина. - М.: Статистика, 1980. - 444 с., ил.
3. Иванова В.М. Основы эконометрики: Учебное пособие / Моск.эконом.-стат. ин-т. - М., 1995. - 145 с.
4. Эконометрика: Учебник / Под ред. И.И. Елисейевой. - М.: Финансы и статистика, 2002. - 344 с.: ил.

## ЭКСПЕРТНЫЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

### 6.1. Интуитивное мышление и методы его усовершенствования

В типологии мышления, представленной в книге Э.Янча, научное мышление разделяется на два принципиально различных класса: систематическое мышление и интуитивное мышление. Развитие систематического мышления связано с эмпиризмом, интуитивное мышление представлено "гениальной догадкой" и "научным предчувствием". Практика использования экспертов обнаруживается еще в глубокой древности. Слово *эксперт* происходит от латинского *expertus*, что означает опытный, сведущий.

Начиная с 60-х годов XX века экспертные методы находят все большее применение в прогнозировании социально-экономических процессов. Систематическое мышление превосходит интуитивное при обнаружении причинных связей и проецировании следствий в будущее и находит выражение в формализованных методах. Применение формализованных методов в значительной мере базируется на достаточно полной и достоверной информации.

Однако происходит все большее усложнение процессов, системное представление которых затруднено из-за наличия большого числа неоднозначных взаимосвязей между их элементами, имеющими, как правило, различную качественную природу.

В современных условиях скорость изменения явлений и процессов существенно возросла, причем не только на уровне отдельного субъекта, но и в системном смысле. Основными факторами ускорения социально-экономических процессов являются обострение конкуренции и современные информационные технологии, мгновенно обеспечивающие доступ пользователей к необходи-

мой информации. В связи с этим возрос спрос на специалистов, которые могут выступить как эксперты или консультанты в различных областях знаний и прикладных вопросов.

В начале 80-х годов 20 века в исследованиях по искусственному интеллекту сформировалось направление, получившее название "экспертные системы". Развитие информационных технологий дало импульс к их дальнейшему совершенствованию и широкому применению в неформализованных областях. Современные экспертные системы предназначены для так называемых неформализуемых задач, которые обладают одной или несколькими из следующих характеристик:

- задачи не могут быть заданы в числовой форме;
- цели не могут быть выражены в терминах точно определенной целевой функции;
- не существует алгоритмического решения задач;
- алгоритмическое решение существует, но его нельзя использовать из-за ограниченности ресурсов.

По качеству и эффективности решения экспертные системы не уступают решениям эксперта-человека. Решения экспертных систем обладают "прозрачностью", т.е. могут быть объяснены пользователю на качественном уровне. Для целей прогнозирования разрабатываются динамические экспертные системы интеллектуального имитационного моделирования.

### 6.2. Сущность метода экспертных оценок и основные понятия

Методы *экспертных оценок* представляют комплекс логических и математико-статистических методов и процедур, связанных с деятельностью экспертов по переработке необходимой для анализа и принятия решений информации.

Оценочные экспертные суждения в количественной форме называются экспертными оценками. Они могут быть индивидуальными и коллективными. Получение индивидуальных экспертных оценок называется *экспертным опросом*, а совокупность процедур, необходимых для получения коллективных экспертных оценок, включая и экспертный опрос, называется *экспертизой*.

Таким образом, метод экспертных оценок является достаточно специфическим способом получения информации, необходимой для решения управленческих и исследовательских задач посредством применения совокупности специальных приемов сбора, обработки и анализа сведений, получаемых от экспертов.

Метод используется в условиях частичной или полной неопределенности, которая может возникнуть:

- 1) при отсутствии достоверной информации за достаточно продолжительный период;
- 2) при наличии информации, отражающей только качественную сторону явлений, и невозможности количественной характеристики всех факторов, оказывающих существенное влияние ;
- 3) в условиях неустойчивого развития и нарушения инерции в динамике процессов и явлений;
- 4) в процессах, направления развития которых зависят от принимаемых решений, и, следовательно, далеких от объективности;
- 5) при анализе качественно новых процессов и явлений.

В подобных условиях необходимость прогнозирования становится еще более актуальной и практически значимой. Данный метод позволяет учитывать, оценивать и предвидеть трудно предсказуемые изменения условий деятельности, характеризующие новые, еще неразвитые, но потенциально важные явления и процессы, влияющие на развитие изучаемых объектов.

Метод экспертных оценок основан на использовании способности квалифицированных специалистов, ученых и практиков, находить близкие к наиболее эффективным варианты решения. Данный метод позволяет учитывать, оценивать и предвидеть трудно предсказуемые изменения условий хозяйственной деятельности, характеризующие новые, еще неразвитые, но потенциально важные явления и процессы.

В практической деятельности метод экспертных оценок применяется при разработке среднесрочных и долгосрочных прогнозов, например, при прогнозе структуры потребительского спроса.

Наиболее эффективно применение экспертных методов в сочетании с другими методами прогнозирования, в основном со статистическими. Самостоятельное использование экспертных оценок рекомендуется лишь для случаев, когда полностью отсутствует информация, позволяющая осуществлять количественные расчеты.

Основные термины и понятия:

- 1) эксперт – высококвалифицированный специалист, знающий особенности формирования и развития объектов, который способен дать достаточно надежные количественные оценки;
- 2) качество эксперта – совокупность показателей, характеризующих умение эксперта с достаточной точностью оценивать развитие объекта;
- 3) экспертная оценка – мотивированное мнение эксперта;
- 4) экспертиза – совокупность всех мероприятий и действий, непосредственно направленных на получение, обработку, анализ и обобщение экспертных оценок; тур экспертизы – часть процедуры, включающая подготовку опроса экспертов, проведение опроса и обработку его результатов;
- 5) рабочая группа – группа специалистов, которые осуществляют организацию проведения экспертизы.

Этапы экспертизы:

- 1) определение руководителя и состава рабочей группы, организующей экспертный опрос;
- 2) создание экспертной группы, которая непосредственно осуществляет оценочные операции;
- 3) формулировка программы выборочного наблюдения в зависимости от характера поставленных задач;
- 4) выбор метода опроса;
- 5) определение методики обработки и анализа ответов экспертов.

Автор так называемой социальной технологии О. Хелмер (5) выделяет два вида экспертов: универсалисты и специалисты. Способы группирования экспертов при этом разделяются на симметричную схему (несколько экспертов по одной и той же проблеме) и асимметричную схему (различные эксперты по разным аспектам проблемы).

При индивидуальном опросе требования к экспертам выше, чем при групповом опросе. При коллективном опросе ошибочное суждение может быть уточнено при повторных процедурах.

Точность оценки исследуемых вопросов существенно зависит от числа экспертов. При этом уменьшение числа экспертов ведет к снижению точности оценок, а увеличение числа экспертов затрудняет выявление согласованного мнения.

Существуют специальные методы оценки качества экспертов, которые можно разделить на группы:

- 1) эвристические (самооценка, взаимооценка, оценка рабочей группой);
- 2) статистические, т.е. полученные в результате обработки суждений экспертов об оцениваемом объекте;
- 3) тестовые, основанные на анализе специальных испытаний экспертов;
- 4) документальные, т.е. основанные на анализе документов (данных об экспертах);

5) комбинированные.

Усовершенствование интуитивного мышления работчики методики применения экспертных оценок видели в подборе экспертов, схемах самооценки компетентности и поправок посредством обратной связи, проверки чувствительности синтезированного мнения экспертов к отклонению мнений отдельных экспертов от общего мнения.

Опрос экспертов может быть индивидуальным или групповым, очным или заочным, устным или письменным. Информация может быть получена от экспертов в процессе интервьюирования или анкетирования. Вопросы при этом могут быть открытыми или закрытыми, прямыми или косвенными.

При использовании открытых вопросов появляется возможность выявления новых аспектов изучаемой проблемы, но возрастает вероятность произвольной интерпретации содержания вопроса. Форма ответов экспертов может быть различной:

- 1) количественная оценка объекта или фактора по шкале;
- 2) взвешивание по 10-балльной шкале, ранжирование;
- 3) вероятностная оценка фактора;
- 4) дата наступления события.

По частоте проведения опросы могут быть *спорадические*, т.е. проводимые от случая к случаю, или *панельные*, т.е. многократные опросы одной и той же группы.

### 6.3. Измерение экспертной информации

При использовании формализованных методов прогнозирования и эмпирических данных наблюдений проверка статистических гипотез связана с требованием выполнения нормального закона распределения. Во многих случаях при наличии выборочных данных это достаточно



трудно проверить и это представляет определенную проблему.

Возможности использования в разработке прогнозного решения информации, получаемой от экспертов, тесно связаны с формой ее представления. Вся совокупность данных, получаемых от экспертов, является результатом измерения, а точнее - сравнения ситуаций, объектов, альтернатив и т.д. по неким выбранным показателям или признакам. При этом процедура сравнения основана на существовании принципиальной возможности установления определенных отношений порядка между характеристиками процессов (объектов). В данном случае речь идет об использовании непараметрических методов.

В последнее время существенно возрастает значение непараметрических методов, т.к. они находят применение при невозможности априорного установления закона распределения, при обработке малых выборок, данных, содержащих ошибки наблюдения, и т.п.

Примерами отношений порядка являются отношения типа "больше", "меньше", "лучше", "хуже", "предпочтительнее", "равнозначно" и т.п. Простейшими среди отношений порядка являются бинарные, позволяющие производить попарные сравнения.

Наиболее часто в практике экспертного оценивания применяются следующие шкалы: наименований, порядка, интервалов, отношений, абсолютная.

*Шкала наименований* применяется для классификации объектов с точки зрения сходства или различий. Всем объектам, относящимся к одному классу, ставится в соответствие определенное число. Объекты, относящиеся к разным классам, характеризуются различными числами.

*Шкала порядка* применяется для упорядочения объектов с точки зрения их взаимного предпочтения в соответствии с имеющимися у них признаками. Числа в этой шкале отражают только порядок следования объектов друг по отношению к другу и не дают возможности оценить,

насколько или во сколько раз один объект предпочтительнее другого по данному признаку. В соответствии с этим в качестве шкалы порядка пригодна любая монотонная последовательность чисел. Такая шкала может быть использована для ранжирования по значимости вариантов стратегии поведения компании на рынке, альтернативных направлений развития секторов экономики и т.п.

*Шкала интервалов* показывает, как количественно различаются свойства объектов. При помощи такой шкалы выражают уровни отдельных качественных характеристик, например, предпочтений потребителей при анализе спроса на товары и услуги. Она представляет объединение отношения порядка и характеристики расстояния. Применение этих шкал дает возможность не только упорядочить объекты по величине свойства, но и сравнить между собой разности количеств. Имеется возможность не только указать категорию, к которой относится объект по данному признаку, установить его место в ранжированном ряду, но и дать отличие от других объектов, рассчитав разность (интервал) между соответствующими позициями на шкале. Интервальные шкалы используются при анализе экономических показателей интенсивности (рентабельность, ликвидность и т.п.). Нулевая точка шкалы и единица измерения выбираются произвольно. Допустимыми преобразованиями для шкалы являются все преобразования типа  $\varphi = ax + b$ , где  $a$  и  $b$  – числа, для которых определены операции сложения и умножения, соответственно  $a > 0$ ,  $b \neq 0$ . Параметр  $a$  является масштабом,  $b$  – начало отсчета.

*Шкала отношений* используется для определения соотношения между адекватными свойствами разных объектов. Сравняются такие свойства, как цена изделия, стоимость произведенной продукции и т.п. Она является разновидностью интервальной шкалы с фиксированной (истинной) нулевой точкой. Отношение двух точек шкалы не зависит от единицы измерения. Ее допустимое преобразование выражается в виде  $\varphi = ax$ .

*Абсолютная шкала* рассматривается как единственно возможное отображение свойств объектов. Для построения этой шкалы необходимы нулевая точка и единичный масштаб. Такие шкалы применяются для подсчета количества элементов, объектов, событий, решений на основе натуральных чисел.

В зависимости от типа шкалы эксперты могут использовать различные методы сравнения объектов и их элементов по выбранной совокупности показателей. Эти методы предполагают построение отношений между объектами и выбор вида функции  $\varphi$ , отображающей эти объекты на числовую ось.

Основным методом сравнения объектов является *ранжирование*, т.е. расположение объектов в порядке возрастания (или убывания) какого-либо присущего им признака (нескольких признаков). Ранжирование может производиться во времени (например, по срокам наступления событий), в пространстве с учетом расстояний или по качественному признаку, точное измерение которого невозможно или нецелесообразно.

Если среди объектов нет эквивалентных между собой по рассматриваемым признакам, то эксперт может расположить их в упорядоченную последовательность  $\theta_1 > \theta_2 > \dots > \theta_N$ , в которой объект  $\theta_1$  является самым предпочтительным среди всех объектов;  $\theta_2$  – менее предпочтителен, чем  $\theta_1$ , но более предпочтителен среди остальных объектов и т.д.

Для приведенных отношений можно подобрать числовую систему – такую, в которой числа  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$  являются отображением соответствующих объектов, т.е.  $\omega_1 = \varphi(\theta_1), \omega_2 = \varphi(\theta_2), \dots, \omega_N = \varphi(\theta_N)$ , и между ними также существует отношение порядка. При прямом отображении  $\omega_1 > \omega_2 > \dots > \omega_N$ , при обратном  $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_N$ .

#### 6.4. Разработка обобщенного прогнозного решения и анализ его качества

В общем случае экспертное решение можно выразить в следующем виде (6, с.39):

$$\langle S^i, X^i, c^i / S_0, \tau, R \rangle,$$

где  $S_0$  - описание исходной проблемной ситуации;  $\tau$  - время для принятия решения;  $R$  - ресурсы;  $S^i = (S_1^i, S_2^i, \dots, S_n^i)$  - множество возможных ситуаций, которые рассматривает  $i$ -ый эксперт при обосновании своего решения;  $X^i = (X_1^i, X_2^i, \dots, X_r^i)$  - множество возможных решений в отношении предполагаемых состояний исследуемого процесса в перспективе;  $c^i = (c_1^i, c_2^i, \dots, c_m^i)$  - множество целей, которые, как считает  $i$ -ый эксперт, необходимо достичь в ходе развития процесса.

Наибольшую известность получил метод "Дельфы", разработанный О.Хелмером и его коллегами и опубликованный корпорацией "RAND" в "Докладе об изучении долгосрочного прогнозирования". В упрощенном виде это последовательность итеративных циклов мозговой атаки, при которой предпринимается попытка избежать вмешательства психологических факторов, способных снизить ценность заседаний по принципу мозговой атаки.

Корпорация "RAND" провела исследование по шести широким областям: научные прорывы, рост населения, автоматизация, исследование космоса, вероятность и предотвращение войны, будущие системы оружия.

Достоверные экспертные оценки могут быть получены при соблюдении одного важного условия – высокой степени согласованности специалистов по исследуемой проблеме. Для обработки количественных экспертных оценок используются статистические методы и рассчитываются показатели среднего значения и разброса вариационного ряда экспертных оценок – среднее квадратическое отклоне-

ние  $\sigma$  и показатель вариации  $V\%$ . Показатели разброса служат базой для расчета степени согласованности мнений экспертов, надежности экспертов.

Согласованность мнений экспертов оценивается как взаимосвязь их оценок и базируется на непараметрических методах оценки тесноты связи. Наиболее популярными являются коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, используемые для упорядоченных значений количественного или качественного признака.

Коэффициент Спирмена рассчитывается по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)},$$

где  $d_i^2$  - квадраты разности рангов связанных величин  $x$  и  $y$ ,  $d_i = (x_i^{(j)} - x_i^{(k)})$ ;  $n$  - число наблюдений (число пар рангов);  $-1 < \rho < +1$ , значение  $-1$  достигается при противоположных ранжировках, а значение  $+1$  при совпадении ранжировок.

Расчет рангового коэффициента Кендалла осуществляется по следующей формуле:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)},$$

где  $S$  - сумма положительных и отрицательных баллов по одной из связанных величин, ранги которой расположены в соответствии с упорядоченными рангами другой;  $n$  - число наблюдений.

Для определения тесноты связи между произвольным числом ранжированных признаков применяется множественный коэффициент ранговой корреляции (коэффициент конкордации), который рассчитывается по формуле:

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)},$$

где  $m$  - количество факторов;  $n$  - число наблюдений;  $S$  - разность между суммой квадратов сумм по строкам и средним квадратом суммы сумм строк.

Оценка согласованности мнений экспертов осуществляется на основе коэффициента конкордации (согласованности) Кендалла. Коэффициент является измерителем степени тесноты статистической связи, существующей между  $m \geq 2$  различными ранжировками  $X^{(l)} = (x_1^{(l)}, x_2^{(l)}, \dots, x_n^{(l)})$ ,  $l = 1, 2, \dots, m$  - одного и того же множества, состоящего из  $n$  объектов. Ранжировка проводится по признакам, измеренным по порядковой шкале. Его выборочное значение  $W(m)$  определяется формулой (1, с.114-115):

$$W(m) = \frac{12}{m^2(n^3 - n)} \sum_{i=1}^n \left( \sum_{l=1}^m x_i^{(l)} - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2.$$

Коэффициент конкордации может принимать значения от 0 (полное отсутствие статистической связи между анализируемыми ранжировками) до 1 (совпадение всех  $m$  анализируемых ранжировок).

Если имеет место совпадение рангов, т.е. например, трём объектам присвоены одинаковые места с 5 по 7. Тогда каждому из трёх объектов будет присвоен расчётный ранг (средний арифметический)  $6 = (5+6+7)/3$ . Коэффициент конкордации при наличии связанных рангов рассчитывается следующим образом:

$$W(m) = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \sum_{l=1}^m x_i^{(l)} - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2}{\frac{1}{12} m^2(n^3 - n) - m \sum_{l=1}^m T^{(l)}},$$

$$\text{где } T_l = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{m(l)} \left[ (n_i^{(l)})^3 - n_i^{(l)} \right],$$

где  $m(l)$  - число групп, ранги внутри каждой из которых неразличимы в  $l$ -й ранжировке, а  $n_i^{(l)}$  - число элементов

(рангов), входящих в  $t$ -ю группу неразличимых рангов ( $l = j, k$ ). В частном случае отсутствия связанных рангов общее число групп  $m(l) = n$ , соответственно,  $n_1^{(l)} = n_2^{(l)} = \dots = n_n^{(l)}$  и, следовательно,  $T^{(l)} = 0$ .

Пример: Три эксперта дали характеристику нового рынка по пяти признакам (табл. 6.1).

Таблица 6.1.

Расчет коэффициента конкордации

Признак	Эксперты			Сумма рангов по каждому признаку	Квадрат отклонения от средней суммы рангов
	1	2	3		
Емкость рынка	3	3	5	13	16
Административные барьеры	1	5	4	10	1
Конкуренция	3,5	4	3	10,5	2,25
Наличие инфраструктуры	3,5	1	1,5	6	9
Транспорт	2	2	1,5	5,5	12,25
Итого	15	15	15	45	40,5
В среднем	3	3	3	9	-

Коэффициент конкордации равен:

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n) - m \sum_{j=1}^m T_j} = \frac{12 \cdot 40,5}{5^2(3^3 - 3) - 5 \cdot \left(\frac{1}{12}(2^3 - 2) \cdot 2\right)} = 0,817$$

$T_j$  = характеристика связанности рангов по  $j$ -ой переменной.

$$T_j = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^m (t_j^3 - t_j);$$

$t_j$  – количество связанных рангов по  $j$ -ой переменной. Значимость коэффициента конкордации по критерию *хи-квадрат* для данного случая равна 16,47. Поскольку при доверительной вероятности 0,95 и числе степеней свободы  $3-1=2$  табличное значение  $\chi^2_{табл} = 5,99$ , то полученное значение коэффициента конкордации статистически значимо. Следовательно оценка экспертов может быть признана удовлетворительной.

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

13. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ, 1998.
14. Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. – М.: Статистика, 1980.
15. Рабочая книга по прогнозированию. Отв.ред. И.В. Бестужев-Лада. – М.: Мысль, 1982.
16. Сигел Э. Практическая бизнес-статистика.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2002. – 1056 с.: ил.
17. Учеб.пособие/Э.В. Попов, И.Б. Фоминых, Е.Б. Кисель, М.Д. Шапот. – М.: Финансы и статистика, 1996. – 320 с.: ил.
18. Тихомиров Н.П., Попов В.А. Методы социально-экономического прогнозирования. – М.: Изд-во ВЗПИ, А/О "Росвузнаука", 1992.
19. Янч Э. Прогнозирование научно-технического прогресса. – М.: Прогресс, 1974.
20. Helmer O., Social Technology, Report P-3063, The RAND Corporation, Santa Monica, Calif., Febr. 1965.

### Раздел III. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

#### Глава 7 ФИНАНСОВЫЕ РАСЧЕТЫ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ПО ИНВЕСТИЦИОННЫМ ПРОЕКТАМ

##### 7.1. Временная ценность денег

Экономический рост в переходной экономике и повышение конкурентоспособности должны подкрепляться инвестиционной активностью. В действительности темпы роста вложений в основной капитал существенно отстают от темпов роста валового внутреннего продукта (ВВП) и конечного потребления. Инвестиции являются наиболее динамичным компонентом ВВП, т.к. подвержены различной степени рискам и инфляции.

Прогнозирование денежных потоков и принятие решений по эффективному инвестированию на различных уровнях предполагает *временную* оценку денег. Методические аспекты финансово-экономических расчетов изложены в работах Е.М. Четыркина (3,4), В.В.Ковалева, Е.С. Стояновой (1,2) и других авторов по финансовому менеджменту.

Денежные средства в финансовых расчетах и коммерческих сделках вне зависимости от их происхождения или назначения обязательно связываются с конкретными моментами или интервалами времени. Для этой цели в проектах, договорах, контрактах фиксируются необходимые сроки, даты, периодичность поступления денежных средств или их выплаты.

*Фактор времени*, особенно в долгосрочных расчетах и операциях, играет не меньшую роль, чем размеры денежных сумм. Необходимость учета этого фактора опреде-

ляется самой сущностью процесса финансирования и кредитования и выражается в виде принципа неравноценности денег, относящихся к разным моментам времени.

Действительно, даже если отвлечься от инфляции и риска, 1000 рублей, полученные через пять лет, неравноценны сегодняшним 1000 рублей. Неравноценность этих номинальных сумм денег определяется прежде всего тем, что теоретически любая сумма может быть инвестирована и, соответственно, может принести доход. Поступившие доходы в свою очередь могут быть реинвестированы и также принесут доходы и т.д.

Следствием принципа неравноценности является неправомерность простого суммирования денежных величин, относящихся к разным моментам времени, в процессе экономического анализа и прогнозирования.

Финансовые вычисления исходят из процессов *наращения и дисконтирования*. В первом случае задана исходная сумма и процентная ставка, во втором случае - возвращаемая сумма и коэффициент дисконтирования.

Процентная ставка (процент, норма доходности, ставка процента) представляет коэффициент прироста и рассчитывается следующим образом:

$$r(t) = \frac{FV - PV}{PV}, \quad (7.1)$$

где *FV (future value)* – будущая стоимость, *PV (present value)* – настоящая (текущая, приведенная) стоимость.

Коэффициент дисконтирования (дисконт, ставка дисконтирования) представляет коэффициент снижения и определяется следующим образом:

$$d(t) = \frac{FV - PV}{FV}. \quad (7.2)$$

Различие между двумя коэффициентами заключается в том, что в первом случае базой сравнения является исходная сумма, во втором случае – возвращаемая, наращенная сумма. Ставки процента и дисконта могут измеряться в

процентах, в виде десятичной или натуральной дроби (с точностью, например, до 1/32).

Оба коэффициента связаны между собой:

$$r(t) = \frac{d(t)}{1-d(t)} \quad \text{или} \quad d(t) = \frac{r(t)}{1+r(t)} \quad (7.3)$$

В финансовых расчетах приходится решать задачи, обратные определению наращенной суммы  $PV$  по заданной сумме  $FV$ , которую следует уплатить через некоторое время. Аналогичная задача решается, когда проценты с суммы  $FV$  удерживаются непосредственно при выдаче ссуды. Процесс начисления и удержания процентов вперед называется *учетом*, а проценты в виде разности  $D = FV - PV$  называются дисконтом.

Необходимость дисконтирования возникает при покупке финансовым учреждением краткосрочных обязательств, например, векселей, оплата которых должником будет производиться в будущем.

Термин "дисконтирование" употребляется и в более широком смысле - как средство определения любой стоимостной величины на некоторый момент времени при условии, что в будущем она составит величину  $FV$ , вне зависимости от того, действительно ли имела место финансовая операция, предусматривающая начисление процентов, или нет. Такой расчет называют приведением стоимостного показателя к заданному моменту времени, а величину  $PV$ , найденную дисконтированием  $FV$ , называют современной или приведенной величиной. Это понятие является одним из важнейших в современном количественном анализе финансовых операций, поскольку именно с помощью дисконтирования учитывается такой фактор, как время.

## 7.2. Понятие простого и сложного процента

Различие простых и сложных процентных ставок связано с выбором исходной базы для начисления процен-

тов. Если ставка процентов применяется к одной и той же начальной сумме на протяжении всего срока ссуды, то используемая ставка называется простой.

Пусть  $P$  – первоначальная сумма,  $i$  – ставка процентов в виде десятичной дроби,  $S$  – наращенная сумма,  $I$  – проценты за весь срок. Изменение суммы долга с начисленными простыми процентами на одну и ту же исходную сумму  $P$  описывается арифметической прогрессией:

$$P; P + Pi = P(1 + i); P(1 + i) + Pi = P(1 + 2i) \dots \quad (7.5)$$

$$S = P + I = P(1 + ni); I = Pni$$

$(1 + ni)$  - множитель наращения при начислении простых процентов.

Таким образом, сумма долга при простом проценте линейно зависит от процентной ставки. Графически это будет иметь вид (ряд 3):

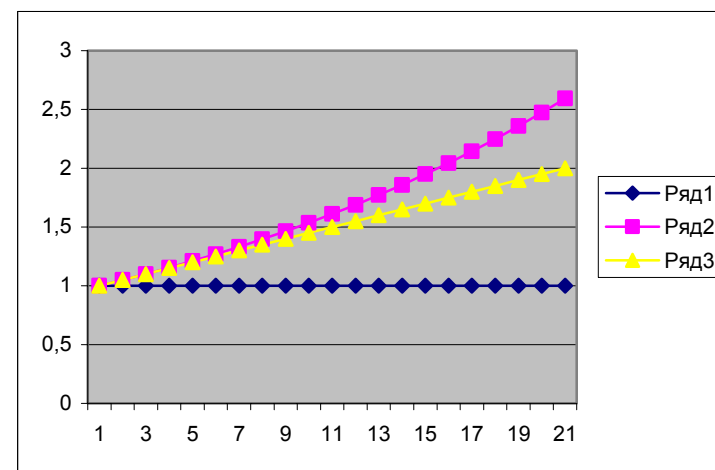


Рис. 7.1 Множители наращения по равным сложной и простой ставке

При начислениях по сложной процентной ставке база увеличивается с каждым шагом во времени. Наращение

по сложным процентам можно представить как последовательное реинвестирование средств, вложенных под простые проценты, на один период начисления. Присоединение начисленных процентов к сумме, которая служила базой для их определения, называется капитализацией процентов.

Изменение суммы долга в данном случае представляет геометрическую прогрессию:

$$P + Pi = P(1+i); (P + pi) + (P + Pi)i = P(1+i)(1+i) = P(1+i)^2; \dots \\ \dots P(1+i)^n$$

$$S = P(1+i)^n \quad (7.6)$$

$(1+i)^n$  - множитель наращивания при начислении сложных процентов.

Соотношение значений множителей наращивания по равным простой и сложной процентным ставкам и одинаковой абсолютной величине зависит от срока ссуды. Для срока менее 1 года  $1 + ni_{np} > (1+i_{cl})^n$ , а для срока более 1 года  $1 + ni_{np} < (1+i_{cl})^n$ .

Исходя из вида процентной ставки, различают *математическое дисконтирование* и *банковский коммерческий учет*. Математическое дисконтирование представляет решение задачи, обратной наращению первоначальной суммы ссуды, депозита и т.д.: какую первоначальную сумму надо выдать в долг, чтобы при начислении на нее процентов по ставке  $r$  к концу срока получить наращенную сумму, равную  $S$ . Решив уравнение (7.5) относительно  $P$ , получим:

$$P = S \frac{1}{1+nr}, n = \frac{t}{k}; \frac{1}{1+nr} - \text{дисконтный множитель, показывающий какую долю составляет } P \text{ в величине } S.$$

Разность  $S - D$  можно рассматривать не только как проценты, начисленные на  $P$ , но и как дисконт суммы  $S$ .

При *банковском учете* банк или другое финансовое учреждение до наступления срока платежа по векселю или

другому платежному обязательству, покупает его у владельца по цене, меньшей той суммы, которая должна быть выплачена по нему в конце срока, т.е. приобретает или учитывает его с дисконтом.

Владелец векселя с помощью его учета имеет возможность получить деньги ранее указанного на нем срока. При учете векселей применяется банковский или коммерческий учет. Согласно этому методу проценты за пользование ссудой начисляются на сумму, подлежащую уплате в конце срока ссуды. При этом применяется учетная ставка  $d$ . Простая годовая учетная ставка находится как  $d = (S - P)/S$ , в то время как простая ставка процентов  $r = (S - P)/P$ . Отсюда  $P = S(1 - nd)$ , где  $(1 - nd)$  - дисконтный множитель,  $n$  - продолжительность срока в годах от момента учета до даты уплаты по векселю.

Учетная ставка отражает фактор времени более жестко. При  $n \geq 1/d$  величина  $P$  станет отрицательной, чего не может случиться при математическом дисконтировании; при любом сроке современная стоимость  $> 0$ .

### 7.3. Учет инфляции при принятии решений

В условиях инфляции деньги обесцениваются и реальный эквивалент наращиваемой за год суммы  $S = P(1+i)$  составит величину  $S_r = P \frac{(1+i)}{(1+r)}$ , где  $r$  - годовой темп инфляции. В результате реальная ставка процентов составит

$$i_r = \frac{S_r - P}{P} = \frac{i - r}{1 + r}. \quad (7.7)$$

При достаточно большом  $r$  ставка процентов  $i_r$  может стать даже отрицательной. В таких случаях кредитор работает себе в убыток, а заемщик обогащается. Чтобы выровнять условия, следует компенсировать обесценивающее влияние индекса цен  $\rho = 1 + r$ . Этого можно достичь, опираясь на наращивание по ставке  $j$ , определяемой из условия:

$$(1+j) = (1+i)(1+r), \text{ то есть } j = i+r+ir. \quad (7.8)$$

При невысокой инфляции величины  $i$  и  $r$  незначительны, и их произведением в формуле (7.8) можно пренебречь. В этом случае поправка на инфляцию ограничивается величиной темпа  $r$ , и ставку корректируют по формуле  $j = i+r$ .

#### 7.4. Оценка инвестиционных процессов

Инвестиционный процесс представляет последовательность распределенных во времени взаимосвязанных инвестиций (вложений) и поступлений (отдачи). Данный процесс характеризуется двусторонним потоком платежей, положительные члены которого соответствуют доходной части, а отрицательные – вложениям, необходимым для осуществления инвестиционного проекта.

Для определения суммарного дохода платежей с учетом их временной неравноценности находится алгебраическая взвешенная сумма, в которой весами являются множители наращивания каждого платежа на определенную дату в будущем.

Вопрос о выборе ставки начисления процентов, входящей в весовые коэффициенты, решается в зависимости от имеющихся альтернатив использования денежного капитала, например, внесение средств на депозит банка по ссудному проценту. Ввиду однозначной математической связи наращивания с дисконтированием за базовую оценку потока платежей можно принять и алгебраическую сумму дисконтированных платежей на какой-либо прошлый момент времени.

Если за  $P_k$  обозначить сумму дохода, прогнозируемого к получению в  $k$ -м году, то суммарная текущая (приведенная) стоимость  $PV$  будет определяться следующим образом:

$$PV = \sum_{k=1}^n \frac{P_k}{(1+r)^k}, \text{ где } r - \text{коэффициент дисконтирования.}$$

Критериями выбора инвестиционного проекта являются:

а)  $NPV > 0$ , т.е. чистая (за вычетом потоков инвестиций) приведенная стоимость  $NPV = \sum_{k=1}^n \frac{P_k}{(1+r)^k} - \sum_{k=1}^n \frac{I_{k-1}}{(1+r)^{k-1}}$

должна быть положительной;

б) индекс рентабельности  $R > 1$ ,

$$R = \sum_{k=1}^n \frac{P_k}{(1+r)^k} \div \sum_{k=1}^n \frac{I_{k-1}}{(1+r)^{k-1}};$$

в) внутренняя норма доходности (Internal Rate of Return)  $IRR=r$  (находится из условия  $NPV=0$ ) должна обеспечивать прибыльность проекта с учетом средневзвешенной цены капитала. Все критерии оценки инвестиционных проектов, включая ставку безубыточности  $IRR$ , рассчитываются в программных продуктах. Например, в пакете «MATHCAD», в разделе BUSINESS AND FINANCE достаточно задать потоки инвестиций и поступлений денежных средств.

Расчет можно выполнить методом последовательных итераций с использованием табулированных значений дисконтирующих множителей. С помощью таблиц выбираются два значения коэффициента дисконтирования  $r_1 < r_2$  таким образом, чтобы в интервале  $(r_1, r_2)$  функция  $NPV=f(r)$  меняла свое значение с "+" на "-" или с "-" на "+".

Расчет производится по формуле:

$$IRR = r_1 + \frac{f(r_1)}{f(r_1) - f(r_2)} \cdot (r_2 - r_1),$$

где  $r_1$  – значение коэффициента дисконтирования, при котором  $f(r_1) > 0$  ( $f(r_1) < 0$ );  $r_2$  – значение коэффициента дисконтирования, при котором  $f(r_1) < 0$  ( $f(r_1) > 0$ ).



1. *Капитоненко В.В.* Финансовая математика и ее приложения: Учебн.-практ. пособие для вузов. – М.: "Издательство ПРИОР", 1999. – С.144
2. *Ковалев В.В.* Финансовый анализ: Управление капиталом. Выбор инвестиций. Анализ отчетности. – 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Финансы и статистика, 1999. – 512 с.: ил.
3. *Финансовый менеджмент./ Под ред. Е.С. Стояновой.* – 5-е изд., перераб. и доп. - М.: Перспектива, 2000. – 656 с.
4. *Четыркин Е.М.* Методы финансовых и коммерческих расчетов. - М.: Дело, 1992.
5. *Четыркин Е.М., Васильева Н.Е.* Финансово-экономические расчеты (справочное пособие). - М.: Финансы и статистика, 1990.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

### 8.1. Понятие экономического роста, его типы

Традиционно под экономическим ростом понимается расширение масштабов производства, рост конечных результатов экономической деятельности. Понятием, более широким, чем "экономический рост", является понятие "экономическое развитие". Оно не ограничивается традиционными для рыночной экономики экономическими факторами роста, но включает в анализ социальную, институциональную и политическую структуры национальных экономик. Обычно использование этих факторов сталкивается с проблемами их экономического измерения. Однако в рамках ООН разработан набор показателей, позволяющих в комплексе охарактеризовать уровень социального и политического развития преимущественно развивающихся стран. Необходимо отметить, что анализ и прогнозирование экономического роста имеют целью сравнение, сопоставление во времени и пространстве для оценки характера основных тенденций экономического развития.

Экономический рост способствует решению проблемы ограниченности ресурсов. Например, для экономики США разница в темпах роста в 1% сопоставима с \$ 40 млрд. На современном этапе развития актуально не только вовлечение ограниченных невозпроизводимых ресурсов, но и возмещение ущерба, воспроизводство и утилизация.

В качестве конечных результатов экономической деятельности применяются показатели валового внутреннего продукта на душу населения. Экономический рост анализируется с точки зрения структуры созданного продукта и пропорций его распределения на текущее потребление и накопление. Это определяет тенденции воспроизводственного процесса.

Как экономическая категория экономический рост характеризуется следующими специфическими чертами:

- является синтетической категорией, отражающей социально-экономическое развитие;
- характеризует эффективность функционирования рынков труда, денег и товаров;
- отражает тенденцию во времени.

В основе анализа экономического роста лежит схема вовлечения в экономический процесс следующих основных факторов: труда, капитала, природных ресурсов, интеллекта и технологий. Рыночные условия производства требуют учета влияния совокупного спроса на товары, т.к. равновесие на рынке товаров определяется равновесие на рынках труда и капитала.

Инструментом эмпирического анализа взаимосвязей в экономике являются временные ряды. Существенное значение имеет выбор критерия экономического роста, взаимодействия влияющих на него факторов и их сбалансированности. Формально одинаковый результат может быть получен при различных соотношениях величины рабочей силы и средств производства. В зависимости от соотношения факторов производства и темпов прироста конечных результатов определяется тип расширенного воспроизводства и тип экономического роста.

На рис.8.1 дана динамика темпов экономического роста в Российской Федерации.

Темп роста за период 1996- 2002гг. в среднем составил 104,6 %. В период модернизации и расширенного потребительского спроса простая экстраполяция вряд ли обоснована. Для прогнозирования показателя следует рассмотреть динамику основных составляющих роста – инвестиций, экономически активного населения, существующих материальных активов и т.п.

В рамках системы национального счетоводства оценка ВВП не включает изменения, происходящие в окружающей среде (например, истощение запасов угля, неф-

ти и других полезных ископаемых, загрязнение воздуха и воды и т.д.). Однако деятельность, направленная на защиту окружающей среды, подлежит измерению и включению в

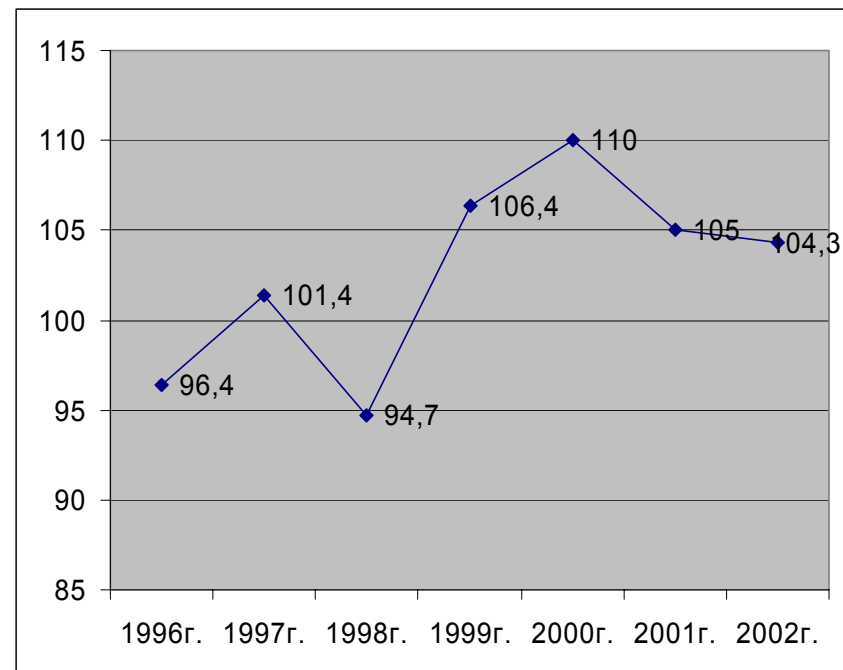


Рис.8.1 Валовой внутренний продукт РФ (в сопоставимых ценах), в процентах к предыдущему году.

конечный результат. Многие специалисты в области макроэкономического анализа считают, что при определении результатов экономической деятельности и исчислении ВВП должны быть приняты во внимание негативные изменения, происходящие в окружающей среде.

В некоторых странах проводятся экспериментальные расчеты с целью исчисления "экологически чистого ВВП", скорректированного на истощение минеральных ресурсов, загрязнение окружающей среды и т.д. Однако на данный момент подобные расчеты в России и ее регионах не проводятся. Статистика влияния хозяйственной дея-

тельности на окружающую природную среду приводится в физических единицах производства токсичных отходов, сброса загрязненных сточных вод, выброса загрязняющих веществ в атмосферу и т.п. Имеются сводные данные о выполнении федеральных целевых программ в области технологической и экологической безопасности с выделением бюджетных назначений, фактического поступления. Макроэкономические показатели, характеризующие период реформ в России, являются недостаточно представительными с точки зрения продолжительности периода. Необходимо по крайней мере 15-20 лет для обоснованной спецификации моделей и экстраполяции тенденций.

## 8.2. Производственные функции в анализе и прогнозировании экономического роста

Для оценки факторов, влияющих на экономический рост, используется аппарат производственных функций (ПФ) в сочетании с другими методами статистики и эконометрики. Макроэкономическая производственная функция описывает статистически значимую зависимость между совокупным конечным результатом ( $Y$ ) и различными видами затрат или объемами используемых ресурсов. Производственная функция имеет мультипликативный вид, т.к. ненулевой результат имеет место при ненулевых значениях факторов производства. По конструкции ПФ представляет существенно нелинейную регрессию (классификация уравнений регрессии дана в главе 4).

Наибольшую известность имеет ПФ Кобба-Дугласа, использованная в анализе экономики США в 20—30 годах прошлого века:

$$Y_t = f(K_t, L_t) = A K_t^\alpha L_t^\beta \quad (8.1)$$

где  $A$  – коэффициент, характеризующий эффективность производства,  $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты эластичности производства по капиталу ( $K$ ) и труду ( $L$ ) соответственно, кото-

рые в соответствии с неоклассической теорией отражают роль каждого фактора производства в приросте конечного продукта или долю дохода соответствующего фактора в единице совокупного дохода.

Коэффициент  $A$  приводит масштаб (размерность) факторов производства к масштабу результата, а также отражает влияние неучтенных факторов. Коэффициент  $\alpha$  характеризует прирост  $Y$ , приходящийся на единицу прироста  $K$  при постоянстве  $L$ , а коэффициент  $\beta$  – прирост, приходящийся на единицу прироста  $L$  при постоянстве  $K$ .

Сумма коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  определяет тип экономического роста:

1.  $\alpha + \beta > 1$  соответствует интенсивному экономическому росту, причем при  $\alpha > \beta$  имеет место трудоинтенсивный экономический рост; при  $\alpha < \beta$  – фондоинтенсивный экономический рост.

2.  $\alpha + \beta < 1$  означает, что выпуск продукции растет медленнее, чем рост факторов, т.е. экономический рост отсутствует.

3. При  $\alpha + \beta = 1$  имеет место экстенсивный экономический рост

С точки зрения воздействия технологических нововведений учитываются два направления: воздействие на структуру факторов и их эффективность (материализованный научно-технический прогресс (НТП) и самостоятельное "автономное" действие в виде совокупности прочих факторов и проявлений общего роста интеллектуального уровня (реализация автономного НТП не требует локализованных капитальных затрат).

Другое различие форм технического прогресса связано с влиянием его на основные соотношения и показатели ПФ, характеризующие экономический рост. С этой точки зрения можно говорить о нейтральности и ненейтральности технического прогресса. Определение нейтрального

и ненейтрального НТП можно также дать в терминах характеристик абстрактной технологии (2).

В моделях, где принимается допущение, что приобретение технических знаний зависит только от времени, имеется виду экзогенный технический прогресс. Введение в ПФ множителя, зависящего только от времени, не означает, что время рассматривается в качестве еще одного производственного фактора, а лишь констатирует тренд, причиной которого является НТП,

В общем случае ПФ с экзогенным НТП имеет вид:

$$Y = f(K, L, Z),$$

где  $Z$  - параметр или вектор параметров, каждое значение которого выражает определенный уровень технического развития.

1. Частным случаем функции является ПФ вида

$$Y = A(t) f(K, L).$$

Здесь множитель  $A(t)$  отражает влияние *нейтрального по Хиксу* технического прогресса. Такой НТП не затрагивает соотношений между факторами ( $K$ ) и ( $L$ ) и называется продуктоувеличивающим.

Нужно отметить, что применение моделей с экзогенным НТП возможно для оценки вклада технического прогресса лишь на достаточно коротких интервалах времени. НТП в данном случае выступает как "нематериализованный", т.е. как следствие улучшения организации труда, управления производством и т.д.

Впервые попытка включения НТП в производственную функцию была сделана Я.Тинбергеном в 1937 году в работе "Эконометрический подход к проблемам делового цикла".

1. ПФ Кобба-Дугласа была дополнена временным трендом:

$$Y_t = f(K_t, L_t) = A_0 K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} e^{\beta t}, 0 \leq \alpha \leq 1. \quad (8.2)$$

Здесь  $\beta$  - годовой темп прироста нейтрального по Хиксу технического прогресса, не связанного непосредственно ни с трудом, ни с капиталом.

Появление ПФ с постоянной эластичностью замещения CES (Constant Elasticity of Substitution) расширило возможности отражения технического прогресса. Функция CES имеет вид:

$$Y = \gamma \left[ kK^{-\alpha} + (1-k)L^{-\alpha} \right]^{-\frac{\nu}{\alpha}}, \quad (8.3)$$

где  $\gamma$  - параметр нейтральной эффективности технологии,  $\gamma > 0$ ;  $k$  - параметр степени фондоемкости,  $0 < k < 1$ ;  $\nu$  - параметр отдачи на масштаб производства или степени однородности функции,  $\nu > 0$ ;  $\sigma = \frac{1}{1+\alpha}$  - эластичность заме-

щения ресурсов,  $0 < \sigma < \infty$ ,  $\sigma \neq 1$ . Достоинством функции CES является то, что она содержит достаточное количество параметров для адекватного описания производства и различных форм технического прогресса. Кроме того, эластичность замены факторов задается не априорно, а определяется на основе эмпирических данных. Также при использовании данной функции возможен переход к функции с переменной эластичностью замещения VES (Variable Elasticity of Substitution):

$$Y = \gamma \left[ kK^{-\alpha} + (1-k)u(K/L)^{-s(1+\alpha)} L^{-\alpha} \right]^{-\frac{\nu}{\alpha}}. \quad (8.4)$$

В функции VES эластичность замещения факторов изменяется с изменением объема производства.

Вейцманом были проведены расчеты для обрабатывающих отраслей советской экономики за период 1950-1969гг. <sup>15</sup> Эластичность замещения  $\sigma = 0,403$ , среднегодо-

<sup>15</sup> M.L.Weitzman. Soviet Postwar Economic Growth and Capital-Labour Substitution. The American Economic Review, 1970, v. 60, № 4, p. 676-692.

вой темп НТП  $\gamma=2,05\%$ . Автор пришел к выводу, что торможение темпов роста советской экономики связано с малой эластичностью замещения факторов и исчерпанием возможностей привлечения дополнительной рабочей силы.

Заметим, что расчеты по ПФ требуют объективных данных за достаточно продолжительный период времени (не менее 20 лет). Послевоенный период развития советской экономики в не меньшей степени, чем современный период реформирования российской экономики, был объектом пристального внимания на Западе. Модернизация экономики с начала 90-х гг. не представляет возможностей для подобных расчетов как с позиций эволюции экономического роста, так и с точки зрения достаточности временных рядов. Проводимые макроэкономические исследования связаны в основном с исследованием структурных изменений, территориальных различий и особенностей реформирования экономики. Экономический рост по существу начался в послекризисный период с 1999 года.

Последующая переоценка результатов Вейцмана проведена Десаи также на основе функции CES и предположения о Хикс-нейтральном техническом прогрессе.<sup>16</sup> В отличие от оценки темпа НТП Вейцманом, Десаи оценивает темп НТП надежно возрастающим с 3,5% до 4% ежегодно.

Исследование взаимосвязи факторов роста проведено в работе (1) за период 1950-1970 г.г. на основе функции Кобба-Дугласа и функции CES. Наилучшей спецификацией для функции Кобба-Дугласа была признана гипотеза монотонного падения темпов технического прогресса по гиперболическому закону:

$$y = \frac{39,2}{t + 20} + 0,315k + 1,8735l,$$

где  $y, k, l$  – показатели годовых темпов прироста конечного продукта, основных фондов и численности занятых соответственно.

Более длительный период развития 1950-1975 гг. исследован в работе<sup>17</sup> А.С. Смышляева, Г.Ю. Швыркова, в которой использована функция Кобба-Дугласа с "переключением" в оценках параметров:

$$Y(t) = aK(t)^\alpha L(t)^\beta e^{\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_2}.$$

Анализируемый период был разбит на два интервала с 1950 по 1960гг. и с 1961 по 1975 г.г. Параметры  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  оценены соответственно 4,5% , 3,3% и отражают роль неидентифицированных факторов и технического прогресса в формировании темпов экономического роста. Выбор границы трендов обоснован изменением экономических условий в 1961-1975 гг.

В условиях стабилизации численности занятых основным направлением НТП является материализация технологических достижений в совершенствовании средств труда. Одновременно это сопровождается повышением квалификационного и образовательного уровня работающих.

2. Один из первых подходов к моделированию эндогенного научно-технического прогресса разработан Солоу<sup>18</sup>. Интенсивность использования ресурсов является основным принципом классификации типов экономического

<sup>16</sup> Desai P. The Production Function and Technological Change in Soviet Industry: A reexamination. The American Economic Review, 1976, v. 66, № 3, p. 372-281.

<sup>17</sup> Смышляев А.С., Швырков Г.Ю. Производственная функция народного хозяйства СССР в 1950-1975 г.г. В сб.: Методы построения и использования макроэкономических и отраслевых производственных функций. М., ЦЭМИ АН СССР. 1980, с.82-107.

<sup>18</sup> Solow R. Investment and Technical Progress. Mathematical Methods in the Social Sciences. Stanford, 1960. p.91.

роста. Модель Солоу соответствует *трудоберегающему* НТП:

$$Y = f(K, A(t)L).$$

Аналогичный подход, но с точки зрения материализации НТП в знаниях, предложен Эрроу<sup>19</sup>. Эндогенная теория изменений в знаниях основана на том, что инвестирование и накопление капитальных ресурсов сопровождается накоплением знаний, что приводит к росту производительности труда. Согласно теории Эрроу, выпуск продукции осуществляется при помощи капитальных ресурсов, распадающихся на "серии", соответствующие различным уровням аккумуляции инвестиций и требующим меньшего количества труда вследствие накопления знаний в процессе производства. Технический прогресс в данном случае является *трудоберегающим*.

Производственные функции, даже если в число переменных входит время, т.е. учитывается экзогенный прогресс, не являются в строгом смысле слова динамическими, поскольку в их рамках объем выпуска в определенный момент времени определяется объемами и эффективностью ресурсов в тот же момент. Предполагается, что то, как формировались ресурсы, не влияет на характеристики технологии в данный момент.

Такого недостатка лишены модели с лаговыми зависимостями, отражающими предысторию развития экономической системы. Например, в моделях, отражающих инерционность процесса экономического роста, используются зависимости

$$Y(t) = \lambda Y(t-1) + (1-\lambda)F(K(t), L(t)).$$

3. Научно-технический прогресс по Харроду, когда производительность капитала растет при неизменности его физического объема, представляет *капиталосбере-*

*гающий* тип и является более редким случаем. ПФ имеет вид:

$$Y = f(A(t)K, L).$$

При оценке ПФ временные ряды макроэкономических переменных  $Y_t, K_t, L_t$  позволяют оценить значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ . Логарифмирование модели (8.1) приводит функцию к линейному виду

$$\ln Y = \ln A + jt + \alpha \ln K + \beta \ln L.$$

Дифференцируя обе части уравнения, можно получить уравнение в приростной форме с выделением вклада каждого фактора.

### 8.3. Прогнозирование макроэкономических показателей производства и факторов роста

Оценка вклада интенсивных и экстенсивных факторов в экономический рост ведущих стран мира за последние 40 лет проведена Ю.Лукашиным, Л.Рахлиной (2) на основе модели:

$$\frac{dY}{Y} = j + \alpha \frac{dK}{K} + \beta \frac{dL}{L}, \quad (8.5)$$

где  $Y$  – ВВП в постоянных ценах 1995 г,  $K$  – валовые инвестиции,  $L$  – численность занятых.

В данном выражении (8.5.) темп прироста выпуска продукции разложен на три составляющие:  $j$  - вклад НТП,  $\alpha \frac{dK}{K}$  - вклад от прироста капитала,  $\beta \frac{dL}{L}$  - вклад от увеличения численности занятых. При условии  $\alpha + \beta = 1$   $j$  представляет вклад в темпы экономического роста интенсивных факторов, а  $\alpha \frac{dK}{K} + \beta \frac{dL}{L}$  - вклад интенсивных факторов.

На основе оценки модели и расчета темпов прироста переменных авторами рассчитан вклад факторов эконо-

<sup>19</sup> Arrow K. The Economic Implications of Learning by Doing. Review of Economic Studies, 1962, vol. 29, № 80, p.155-173.

мического роста (табл.2.1). Период 1961-2001 разбит на два двадцатилетия: 1961-1980 гг. и 1981-2001 гг., характеризующихся различными темпами прироста ВВП.

Таблица 8.1  
Результаты оценивания производственных функций  
за период 1961-2001 гг., %

Страны	Среднегодовой темп прироста ВВП	Вклад				Прирост ВВП за счет интенсивных факторов
		Интенсивных факторов	Экстенсивных факторов			
			всего	инвестиций	занятых	
США	3,42	44,83	55,17	37,30	17,87	1,53
Япония	4,82	44,61	55,39	55,39	0	2,15
Германия	2,77	71,52	28,48	22,97	5,51	1,98
Великобритания	2,44	66,01	33,99	33,99	0	1,1
Франция	3,23	57,70	42,30	30,30	12,00	1,87

По результатам оценивания, приведенным в табл. 8.1, по темпам роста ВВП и вкладу инвестиций лидером является Япония. Низкими темпами характеризуется развитие Великобритании, где не является фактором изменение занятости.

Производственная функция (8.1.) позволяет проводить анализ и прогнозирование частных показателей эффективности. Если обе части уравнения разделить на фак-

торы  $K$  и  $L$ , будут получены уравнения для показателей капиталоемкости и производительности труда:

$$\frac{Y_t}{K_t} = AK_t^{\alpha-1} L_t^\beta$$

$$\frac{Y_t}{L_t} = AL_t^{\beta-1} K_t^\alpha$$

Оценка параметров производственных функций капиталоемкости и производительности труда возможна методом наименьших квадратов после линеаризации уравнений.

#### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Браун М. Теория и измерение технического прогресса. М., Статистика, 1971. 208 с.
2. Лукашин Ю., Рахлина Л. Производственные функции в анализе мировой экономики // Мировая экономика и международные отношения. - 2004. - № 1. - С.17-27.
3. Основы экономического прогнозирования / Под ред. проф. В.Н. Мосина, проф. Д.М. Крука.- М.: Высшая школа, 1985.
4. Энтов Р., Дробышевский В., Носко С., Юдин А. Эконометрически анализ динамических рядов основных макроэкономических показателей. М.: ИЭПП, 2001.
5. Kevin Lee, M. Hashem Pesaran and Ron Smith. Growth and convergence in a multy-country empirical stochastic Solow model. Journal of applied econometrics, 1997, vol. 12, p.357-392.

## МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ МОДЕЛИ

## 9.1. Расширение системы макроэкономических показателей в рамках СНС

Модели межотраслевого баланса (МОБ) традиционно разрабатывались в прежней системе баланса народного хозяйства. Межотраслевой баланс разрабатывался в натуральном и стоимостном выражении в виде отчетного и планового баланса производства и распределения продукции. Он являлся наиболее развитым и эффективным инструментом комплексного анализа и планирования.

Огромная роль в разработке методологии межотраслевого моделирования принадлежит В.С. Немчинову<sup>20</sup>. Дальнейшая разработка методологии и практических приложений активно велась А.Г. Аганбегяном, А.Г. Гранбергом, Э.Ф. Барановым, В.С. Дадаяном, М.А. Гершензоном, И.Ф. Клоцвогом, В.А. Новичковым, Н.Ф. Шатиловым и многими другими экономистами.

Начиная с 60-х годов прошлого столетия велись работы на региональном уровне, методика разработки МОБ была выполнена в ЦЭМИ АН СССР и ИЭИОПП СО АН СССР. Межотраслевые модели позволяют детально проанализировать воспроизводственный процесс в национальной экономике и в регионе, обосновать темпы и пропорции развития, оценить отраслевую структуру и экономические связи.

Дальнейшим развитием межотраслевых моделей является разработка межотраслевого баланса по методологии СНС (МОБ СНС). Он детализирует счета товаров и услуг, производства и образования доходов, отражает процессы, происходящие на нынешнем этапе развития экономики, позволяет производить системный счет основных

показателей СНС и анализ взаимосвязей между отраслями экономики, выявлять главные экономические пропорции, изучать структурные сдвиги и особенности ценообразования в экономике и др.

Основной чертой функционирования реформируемой экономики России является сокращение масштабов инвестиционной деятельности. Упала доля валового накопления в конечном использовании ВВП и увеличилась доля потребительских расходов. Межотраслевой баланс находит применение в качестве инструмента анализа последствий импортозамещения в российской экономике<sup>21</sup>. Также Институтом народнохозяйственного прогнозирования РАН ведется разработка региональных программ развития для отдельных субъектов РФ с построением системы расчетных межотраслевых балансов региона.

Схема МОБ СНС соответствует известной открытой статистической модели, в которой выделяют три основные части (квадранта): I квадрант - промежуточное потребление, II квадрант - конечный продукт, III - добавленная стоимость (табл. 9.1).

В I квадранте, представляющем собой «шахматную таблицу», отражается промежуточное потребление в отраслях экономики. В нем раскрываются количественные взаимосвязи между отраслями. В подлежащем и сказуемом I квадранта представлены группы однородных продуктов и услуг (отрасли МОБ). В графах по каждой отрасли показаны затраты на производство продукции, работ, услуг (стоимость сырья, материалов, топлива, энергии и услуг), а в строках - распределение продукции между отраслями экономики.

<sup>21</sup> Суворов Н.В., Балашова Е.Е. Межотраслевой анализ взаимосвязи структурных изменений, эффективности внешнеэкономических связей и масштабов инвестиционной деятельности в отечественной экономике // Проблемы прогнозирования. – 2002. - № 5. - С. 48-63.

<sup>20</sup> Немчинов В.С. Избранные произведения. Т.3. - М.: Наука, 1969.



Во II квадранте по строкам показывается конечное использование товаров и услуг. Столбцы представляют собой категории конечного использования: конечное потребление (расходы на потребление домашних хозяйств, орга-

Таблица 9.1

**Общая схема МОБ СНС**

Выпуск		Промежуточное потребление	Конечное использование			Всего использовано
			Отрасли	конечное потребление	валовое накопление	
Затраты						
Промежуточные затраты	отрасли	1 квадрант	II квадрант			
Валовая добавленная стоимость		III квадрант				
импорт						
Всего ресурсов						

нов государственного управления, некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства); валовое накопление (валовое накопление основного капитала, изменение запасов материальных оборотных средств, чистое приобретение ценностей); экспорт товаров и услуг.

В III квадранте представлена стоимостная структура ВВП. Столбцы соответствуют отраслям экономики, а строки — основным стоимостным компонентам валового внутреннего продукта (оплата труда наемных работников, валовая прибыль, валовой смешанный доход, налоги и субсидии, связанные с производством: потребление основного капитала, налоги и субсидии на продукты).

Таким образом, если рассматривать данные баланса по вертикали, то в каждой графе отражается стоимостный состав валового выпуска отраслей экономики в разрезе элементов промежуточного потребления (I квадрант) и добавленной стоимости (III квадрант). Сумма валового выпуска и импорта составляет стоимостную оценку ресурсов отраслей. По горизонтали показываются направления использования продукции каждой отрасли: на производственные цели (с разбивкой по отраслям), на конечное потребление, на накопление, на экспорт. Для каждой отрасли экономики общий объем использованных ресурсов равен общему объему располагаемых ресурсов.

**9.2. Динамическая модель межотраслевого баланса**

Статическая модель выражается системой линейных уравнений по числу выделенных отраслей:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i, 1 \leq i \leq n, \quad (9.1)$$

где  $x_i$  - объем производства i-ой отрасли;  $x_j$  - объем производства j-ой отрасли;  $a_{ij}$  - коэффициенты прямых материальных затрат i-ой отрасли на производство единицы продукции j-ой отрасли;  $y_i$  - объем конечного использования продукции i-ой отрасли.

Переход к динамическим моделям межотраслевого баланса позволил учесть объективные взаимосвязи воспроизводства и определить условия достижения устойчивого экономического роста при максимально возможном ис-

пользовании имеющихся ресурсов. По характеру использования математического аппарата динамические модели МОБ можно разделить на модели, описанные в виде:

- а) системы линейных дифференциальных уравнений (модель В.В. Леонтьева);
- б) системы линейных разностных уравнений;
- в) системы обыкновенных линейных уравнений.

Безусловно, модели межотраслевого баланса были основаны на теории факторов производства К. Маркса и не являлись моделями рыночной экономики. В оптимизационных моделях основным ограничением выступало ограничение по труду наряду с ограничениями других ресурсов. Однако, несмотря на это, динамические модели межотраслевого баланса позволяли решать задачи учета влияния технологических изменений на замещение живого труда овеществленным, на структурные сдвиги в затратах предметов труда и т.п.

Расчет коэффициентов прямой фондоемкости продукции  $j$ -ой отрасли осуществляется по формуле:

$$f_j = \phi_j / X_j. \quad (9.2)$$

Коэффициент прямой фондоемкости показывает стоимость производственных фондов  $j$ -ой отрасли, приходящуюся на единицу продукции этой отрасли. Коэффициент полной фондоемкости характеризует стоимость фондов во всех отраслях, принимавших непосредственное или косвенное участие в выработке единицы продукции в  $j$ -ой отрасли. Один из методов расчета коэффициентов полной фондоемкости  $F_j$  заключается в нахождении суммы произведений коэффициентов прямой фондоемкости  $f_j$  на соответствующие коэффициенты полных материальных затрат  $A_{ij}$ :

$$(F_1, F_2, \dots, F_n) = (f_1, f_2, \dots, f_n) \begin{pmatrix} A_{11} A_{12} \dots A_{1n} \\ A_{21} A_{22} \dots A_{2n} \\ \dots \\ A_{n1} A_{n2} \dots A_{nn} \end{pmatrix}. \quad (9.3)$$

Показатели фондоемкости имеют аналитическое и практическое значение: с их помощью можно определить общую потребность в производственных фондах для выработки конечной продукции  $Y_j$  в заданных объемах. Общая стоимость фондов рассчитывается по формуле:

$$\phi = \sum_{j=1}^n F_j \cdot Y_j.$$

Аналогичный подход может быть использован для определения прямых и полных затрат труда с последующей увязкой планируемых объемов производства с трудовыми ресурсами общества.

Таблица 9.2  
Динамическая модель межотраслевого баланса  
(I и II квадранты)

Межотраслевые потоки текущих затрат	Прирост основных фондов в отраслях	Конечный продукт	Валовый выпуск
$x_{11} \quad x_{12} \quad \dots \quad x_{1n}$	$\Delta \phi_{11} \quad \Delta \phi_{12} \quad \dots \quad \Delta \phi_{1n}$	$Z_1$	$X_1$
$x_{21} \quad x_{22} \quad \dots \quad x_{2n}$	$\Delta \phi_{21} \quad \Delta \phi_{22} \quad \dots \quad \Delta \phi_{2n}$	$Z_2$	$X_2$
$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$	$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$x_{n1} \quad x_{n2} \quad \dots \quad x_{nn}$	$\Delta \phi_{n1} \quad \Delta \phi_{n2} \quad \dots \quad \Delta \phi_{nn}$	$Z_n$	$X_n$

Отличие динамической модели от статической заключается в том, что состояние экономики в момент  $t$  в непосредственной форме (в виде аналитических зависимостей) связывается с уровнями производственной деятельности в предшествующие и последующие периоды. В мо-

дели выделяются инвестиции на развитие производства. Для этого в первом квадранте динамического баланса наряду с межотраслевыми потоками текущих затрат  $x_{ij}$  фиксируются межотраслевые потоки инвестиций, направляемые на прирост основных фондов  $\Delta\phi_{ij}$ .

Между конечной продукцией  $Y_i$  в статической модели и конечной продукцией  $Z_i$  имеется различие в том, что переменные  $Z_i$  не включают в свой состав материальные ресурсы, используемые на прирост стоимости основных фондов.

Таким образом, справедливы следующие соотношения:

$$\sum_{j=1}^n \Delta\phi_{ij} + Z_i = Y_i. \quad (9.4)$$

Тогда  $X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{j=1}^n \Delta\phi_{ij} + Z_i$ . Здесь  $x_{ij} = a_{ij}x_j$ . Если представить прирост основных фондов в виде соотношения  $\Delta\phi_{ij} = b_{ij} \cdot \Delta x_j$ , где  $b_{ij}$  является коэффициентом приростной фондоемкости, а  $\Delta x_j$  - прирост валовой продукции в отрасли  $j$ , измеряемый как разность абсолютных уровней за периоды  $t$  и  $t-1$ .

$$\Delta x_j = x_j^t - x_j^{t-1}$$

Коэффициенты приростной фондоемкости показывают, какое количество продукции отрасли  $i$  необходимо направить в отрасль  $j$  в виде инвестиций для увеличения производственной мощности  $j$ -ой отрасли на единицу готовой продукции:

$$b_{ij} = \Delta\phi_{ij} / \Delta x_j.$$

При определении  $b_{ij}$  допускают, что процессы увеличения выпуска продукции прироста мощности осуществ-

вляются без временного лага, т.е. без запаздывания во взаимодействии признаков  $\Delta x_j$  и  $\Delta\phi_{ij}$ . Таким образом:

$$X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + \sum_{j=1}^n b_{ij}\Delta x_j + Z_i. \quad (9.5)$$

Так как  $\Delta x_j = x_j^t - x_j^{t-1}$ , то система позволяет установить объемы валовой продукции в момент времени  $t$  в зависимости от производства в предшествующем периоде  $(t-1)$ . Для реализации вычислительной процедуры необходимо иметь информацию о векторе валовой продукции в начальный момент  $(t=0)$ , а также стоимости конечной продукции, требуемой в прогнозном периоде. Этот вектор может задаваться в явном виде как установленный стандарт потребления, или может быть спрогнозирован, например, по трендам  $Z_i^t = f_i(t), i=1,2,\dots,n$ . Используя различные  $z_i$ , можно проводить варианты имитационные расчеты развития отраслей на перспективу. В матричном виде алгоритм расчета имеет вид:

$$X^t = [E - A - B]^{-1} (Z^t - BX^{t-1}). \quad (9.6)$$

Конечное потребление можно дезагрегировать далее: потребление домашних хозяйств, валовые частные инвестиции, государственные расходы и чистый экспорт (экспорт за вычетом импорта).

Модель межотраслевого баланса отражает по существу мультипликационный эффект производства и использования конечного продукта, и может служить средством прогнозирования экономического роста.

### 9.3. Пример имитационного расчета вектора валовых выпусков

Условный пример: в двухсекторной экономике (нефондосоздающий сектор и фондосоздающий сектор) пусть

даны технологическая матрица прямых материальных затрат  $A$ :

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0,5 \\ 0,25 & 0 \end{vmatrix}$$

и матрица фондоемкости  $B$ :

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1,5 & 0,9 \end{vmatrix}.$$

Вектор начальных объемов выпуска по секторам  $X = (120, 110)$  условных единиц ( $t = 0$ ). Конечный продукт, достаточный для непроедственного потребления, задан векторами  $Z_1 = (75, 50)$  для  $t = 1$  и  $Z_2 = (80, 60)$  для  $t = 2$  условных единиц. Следует рассчитать объемы валовых выпусков для  $t = 1, 2$ , необходимые для обеспечения непроедственного потребления в заданном объеме и при существующих условиях производства и инвестирования.

$$(E - A - B) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0,5 \\ 0,25 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1,5 & 0,9 \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} 1 & -0,5 \\ -1,75 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = 0,1 - 0,875 = -0,775$$

Матрица алгебраических дополнений будет иметь вид:

$$D = \begin{pmatrix} 0,1 & 1,75 \\ 0,5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найдем обратную матрицу:

$$(E - A - B)^{-1} = -\frac{1}{0,775} \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 1,75 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,129 & -0,645 \\ -2,258 & -1,29 \end{pmatrix}$$

Вектор валовых выпусков в году  $t=1$  в соответствии с формулой (9.6) будет равен:

В году  $t=2$  вектор валовых выпусков будет равен:

$$\begin{pmatrix} X_1^2 \\ X_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,129 & -0,645 \\ -2,258 & -1,29 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 80 - \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 138 \end{pmatrix} \\ 60 - \begin{pmatrix} 1,5 & 0,9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 126 \end{pmatrix} \end{bmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} 157,638 \\ 155,276 \end{pmatrix}$$

Таким образом, при данных условиях для обеспечения неубывающего конечного потребления необходим рост вектора валовых выпусков.

С учетом коэффициентов прямых материальных затрат и найденных валовых выпусков определяются межотраслевые потоки  $x_{ij} = a_{ij} \cdot X_j$ .

Для первого года получим:

$$x_{12} = a_{12} X_2^1 = 0,5 \cdot 126 = 63; x_{21} = a_{21} X_1^1 = 0,25 \cdot 138 = 34,5.$$

$$\Delta \phi_{21} = b_{21} (X_1^1 - X_1^0) = 1,5(138 - 120) = 27$$

$$\Delta \phi_{22} = b_{22} (X_2^1 - X_2^0) = 0,9(126 - 110) = 14,4$$

Для второго года получим:

$$x_{12} = a_{12} X_2^2 = 0,5 \cdot 155,276 = 77,638;$$

$$x_{21} = a_{21} X_1^2 = 0,25 \cdot 157,638 = 39,4.$$

$$\Delta \phi_{21} = b_{21} (X_1^2 - X_1^1) = 1,5(157,638 - 138) = 29,457$$

$$\Delta \phi_{22} = b_{22} (X_2^2 - X_2^1) = 0,9(155,276 - 126) = 26,3484$$

Динамическая модель межотраслевого баланса, представленная на схеме (рис.9.2), будет иметь вид:

Глава 10  
АНАЛИЗ И ПРОГНОЗ СПРОСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
КОЭФИЦИЕНТОВ ЭЛАСТИЧНОСТИ

**10.1. Спрос как экономическая категория**

Спрос и предложение — взаимозависимые элементы рыночного механизма, где спрос определяется платежеспособной потребностью покупателей (потребителей), а предложение — совокупностью товаров, предложенных продавцами (производителями); соотношение между ними складывается в обратно пропорциональную зависимость, определяя соответствующие изменения в уровне цен на товары.

Спрос изображается в виде графика, показывающего количество продукта ( $Q$ ), которое потребители готовы и в состоянии купить по некоторой цене ( $P$ ) из возможных цен в течение определенного периода времени. Он показывает то количество продукта, на которое (при прочих рав-

Год	Межотраслевые потоки текущих затрат	Прирост основных фондов в отраслях	Конечный продукт	Валовой выпуск
1	0 63	0 0	75	138
	34,5 0	27 14,4	50	125,9
2	0 77,	0	80	157,638
	39,4	29,457 26,	60	155,276

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гальперин В.М., Гребенников П.И., Леусский А.И., Тарасевич Л.С. Макроэкономика: Учебник/ Под общей редакцией Л.С. Тарасевича. — СПб.: Экономическая школа, 1997. — 568 с.
2. Гранберг А.Г. Основы региональной экономики: Учебник для вузов — 2-е изд. М.: ГУ ВШЭ, 2001. — 495 с.
3. Суворов Н.В., Балашова Е.Е. Межотраслевой анализ взаимосвязи структурных изменений, эффективности внешнеэкономических связей и масштабов инвестиционной деятельности в отечественной экономике. Проблемы прогнозирования. 2002, № 5, с.48-63.
4. Экономическая статистика. 2-е изд., доп.: Учебник/ Под ред. Ю.Н. Иванова. — М.: ИНФРА-М, 2003. — 480 с.

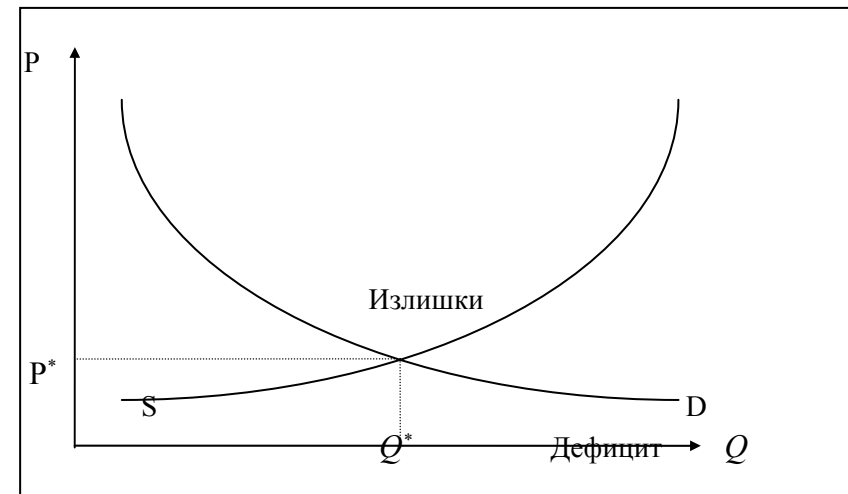


Рис.10.1. Кривые спроса (D) и предложения (S).

ных условиях) будет предъявлен спрос при разных ценах. Цена спроса — максимальная цена, по которой потребитель готов купить данную продукцию.

В основе закона спроса лежит, во-первых, психология покупателя, которая заключается в том, что большие объемы конкретного товара покупаются по более низкой цене, чем обычно. Подтверждением этому является известная кривая спроса (рис.10.1). Во-вторых, имеет место подчинение потребления принципу убывающей предельной полезности, в соответствии с которой последующие единицы конкретного товара приносят все меньше и меньше удовлетворения. В-третьих, действие закона спроса связано с эффектом дохода, выражающегося в том, что при прочих равных условиях и постоянном доходе покупатель по более низкой цене может приобрести больше данного товара. Напротив, более высокая цена приводит к снижению покупательского спроса.

Цена служит самой важной детерминантой количества любого покупаемого продукта, но существуют и другие факторы, которые влияют на покупки. На спрос влияют следующие неценовые детерминанты:

1. Потребительские вкусы. Благоприятное для данного продукта изменение потребительских вкусов или предпочтений будет означать, что спрос возрос по каждой цене. Неблагоприятные перемены в предпочтениях потребителей вызовут уменьшение спроса и смещение кривой спроса влево. Технологические изменения в виде появления нового продукта способны привести к изменению потребительских вкусов. Примером является бурный рост спроса на мобильные телефоны.

2. Число покупателей. Увеличение на рынке числа покупателей обуславливает повышение спроса. А уменьшение числа потребителей находит отражение в сокращении спроса. Например, бум спроса на образование в связи с высокой конкуренцией и безработицей на рынке труда в переходной экономике России.

3. Доход. Воздействие на спрос изменения денежного дохода неоднозначно. В отношении большинства товаров повышение дохода приводит к увеличению спроса. Такие товары называются нормальными товарами.

Однако на товары первой необходимости спрос характеризуется насыщением. Товары, спрос на которые изменяется в противоположном направлении, то есть возрастает при снижении доходов, называются товарами низшей категории. С ростом доходов растет спрос на качественную продукцию и снижается спрос на товары низкого качества.

4. Цены на сопряженные товары. Приведет ли изменение цены на сопряженный товар к повышению или снижению спроса на рассматриваемый продукт, зависит от того, является ли этот родственный товар заменителем продукта или сопутствующим ему. Когда два продукта взаимозаменяемы, между ценой на один из них и спросом на другой существует прямая связь. Когда два товара являются взаимодополняющими, между ценой на один из них и спросом на другой существует обратная связь. Многие пары товаров являются независимыми, самостоятельными товарами, изменение цены на один очень мало влияет или вообще не влияет на спрос на другой. Примеры: снижение тарифов на пассажирские авиаперевозки сокращает спрос на поездки автобусным транспортом; снижение цены на компьютеры повышает спрос на принтеры.

5. Ожидание. Потребительские ожидания относительно будущих цен на товары, наличие товаров и будущего дохода способны изменить спрос. Ожидание падения цен и снижения доходов ведет к сокращению текущего спроса на товары. Обратное утверждение также верно. Пример: неблагоприятная погода в Южной Америке порождает ожидания в будущем более высоких цен на кофе и тем самым повышает текущий спрос на него.

В некоторых случаях при росте цен на определенные товары наблюдается рост спроса вместо ожидаемого уменьшения. Впервые на эту группу товаров обратил вни-

мание английский экономист Роберт Гиффен (1837-1910). Эти товары получили название благ низшего порядка, а сам феномен получил название парадокса Гиффена. Предполагается, что Гиффен описал этот эффект, когда наблюдал, как бедные рабочие семьи расширяют потребление картофеля, несмотря на рост его цены. Объяснение заключается в том, что картофель занимает большую долю расходов на еду в бедных семьях и, если происходит рост цен на продукты, то бедная семья вообще вынуждена будет отказаться от покупки дорогостоящих продуктов, например мяса.

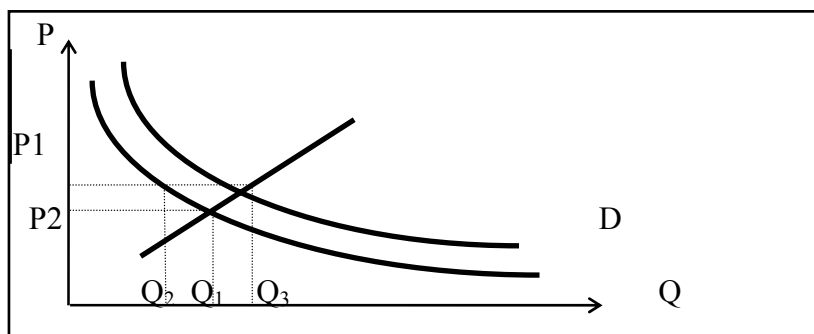


Рисунок 10.2. Парадокс Гиффена

Количество блага должно было бы сократиться с  $Q_1$  до  $Q_2$ , но спрос возрос с  $Q_1$  до  $Q_3$ .

Изменение величины спроса означает передвижение с одной точки на другую точку на постоянной кривой спроса, то есть переход от одной комбинации “цена — количество продукта” к другой комбинации. Причиной изменения величины спроса служит изменение величины данного продукта.

Спрос на ресурсы является зависимым от спроса на продукцию, изготавливаемую с применением данных ресурсов. Отсюда следует, что изменение спроса на ресурсы также является величиной зависимой — прежде всего от изме-

нения спроса на готовую продукцию. На движение спроса на ресурсы влияет также производительность труда: если она растет, ресурсов требуется больше. Каждая дополнительная единица ресурсов дает приращение продуктов — предельный продукт. В то же время дополнительные ресурсы вызывают увеличение издержек фирмы — предельных издержек. Но фирмы стремятся уменьшать издержки производства. Поэтому они будут увеличивать ресурсы до тех пор, пока предельный доход от их прироста не сравняется с предельными издержками на них. Изменение спроса на данные ресурсы зависит от динамики изменения спроса по другим ресурсам, то есть от изменения цены на замещающие ресурсы (например, труд заменяется капиталом) и на дополнительные (например, ресурсы на изготовление пленки и программного обеспечения являются дополнительными по отношению к тем, что идут соответственно на изготовление камеры и ЭВМ).

Изменения в спросе на ресурсы:

1. Изменение в спросе на продукт.

При прочих равных условиях, изменения в спросе на продукт, который производится с помощью определенного вида ресурсов, приведет к сдвигу в спросе на ресурс в том же направлении.

2. Изменение производительности.

Изменение производительности использования ресурсов ведет к однонаправленному изменению в спросе на ресурсы. Производительность можно изменять разными путями:

1) Увеличение числа ресурсов, непосредственно связанных с данными ресурсами.

2) Технологические усовершенствования.

3) Повышение качества самого рассматриваемого ресурса.

3. Изменение цен на другие ресурсы (взаимозаменяемые и взаимодополняемые ресурсы).

## 10.2. Сущность коэффициентов эластичности и методы их расчета

Основными источниками информации для изучения и прогнозирования спроса являются макроэкономические показатели, данные торговой статистики и материалы обследований бюджетов домашних хозяйств. Также проводятся многочисленные специальные обследования в целях изучения неудовлетворенного спроса, мнения покупателей относительно потребительских качеств и ассортимента товаров и услуг.

Для изучения потребительского спроса проводятся выборочные опросы по одной и той же программе через определенные периоды времени. Если опросам подвергается одна и та же совокупность респондентов, такие опросы называются *панельными*.

Основными методами прогнозирования спроса являются статистическое, эконометрическое моделирование и экспертные оценки. В качестве зависимой переменной выступает спрос, а в качестве независимых переменных величин факторы.

Эластичность спроса — изменение спроса на данный товар под влиянием экономических и социальных факторов, связанных с изменением цен; спрос может быть эластичным, если процентное изменение его объема превышает снижение уровня цен, и неэластичным, если степень снижения цен выше прироста спроса.

Согласно закону спроса, потребители при снижении цены будут приобретать большее количество продукции. Однако степень реакции потребителей на изменение цены может значительно варьироваться от продукта к продукту.

В статистике коэффициент эластичности представляет отношение темпов прироста зависимой переменной к темпам прироста фактора  $x$  — независимой переменной:

$$\Theta = \frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x}. \quad (10.1)$$

Коэффициент эластичности в данном случае является *эмпирическим* и показывает, на сколько процентов изменится зависимая переменная от изменения факторного признака на 1%. В качестве факторного признака чаще всего выступает цена товара или доход потребителя. При использовании результатов обследований бюджетов домохозяйств для анализа зависимости потребления от величины дохода домохозяйства группируются в доходные группы.

Например, расходы на покупку продуктов питания, непродовольственных товаров и оплату услуг домашних хозяйств представлены государственной статистикой по

**Таблица 10.1**

### Структура платежеспособного спроса в рублях по децилям

Расходы	Децили									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Потребит. расходы всего	2623	3890	4863	6275	7460	9201	12177	14596	18118	28975
2. На продукты питания	1782	2558	3049	3827	4398	5270	6481	7289	9310	11666
3. На питание вне дома	27	33	64	78	79	89	117	278	1181	167
4. На алкогольные напитки	41	99	131	177	262	348	380	429	700	1313
5. На покупку непрод. товаров	441	720	1050	1462	1830	2395	3951	4270	5417	12155



6. На оплату услуг	330	479	567	730	890	1096	1246	2329	571	3672
--------------------	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	-----	------

децильным, т.е. 10-ти процентным группам. В данном случае домохозяйства сгруппированы по признаку среднедушевых располагаемых ресурсов за год в рублях.

По приведенным данным можно рассчитать коэффициенты эластичности спроса по доходу. Для этого необходимо определить средний доход в группе. Такой способ расчета называется "дуговым", т.е. оценка эластичности распространена на весь интервал изменения признака "доход". Коэффициент эластичности спроса в  $k$ -й доходной группе на  $j$ -й товар определяется следующим образом:

$$\mathcal{E}_j^{(k)} = \frac{\Delta \bar{y}_j^{(k)}}{\Delta x_k} \cdot \frac{\bar{x}_k}{\bar{y}_j^{(k)}}. \quad (10.2)$$

Эластичность в данном случае рассчитана по приращениям.

Так, например, спрос на продукты питания неэластичен по доходу, коэффициент эластичности спроса равен 0,364 при переходе от 9-го дециля к 10-му, а спрос на непродовольственные товары эластичен. Коэффициент равен 1,78. То есть, при росте среднедушевых ресурсов на 1%, спрос на продукты питания возрастает всего на 0,364%, а на непродовольственные товары – на 1,78%.

Если число групп семей, т.е. объем выборочной совокупности  $k \leq n$ ,  $n$  – число семей, достаточно велико, то различия в приростах среднедушевых доходов и расходов будут незначительными. И если при этом предварительный анализ взаимосвязи зависимого признака  $y_j$  от независимого  $x_i$  обеспечивает математическую зависимость  $y_j(x_i)$ , то предельная форма выражения (2) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{E}_j^{(k)} &= \lim_{\Delta \bar{x}_k \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{y}_j^{(k)}}{\Delta \bar{x}_k} \cdot \frac{\bar{x}_k}{\bar{y}_j^{(k)}} = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \frac{\Delta y_j^{(i)}}{\Delta x_i} \cdot \frac{x_i}{y_j^{(i)}} = \\ &= \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \frac{\Delta y_j(x_i)}{\Delta x_i} \cdot \frac{x_i}{y_j(x_i)} = \frac{dy_j(x_i)}{dx_i} \cdot \frac{x_i}{y_j(x_i)} \end{aligned}$$

В конечном итоге коэффициент эластичности может быть записан в следующем виде:

$$\mathcal{E}_j^{(i)} = y_j'(x_i) \frac{x_i}{y_j(x_i)} \quad (10.3)$$

Выражение (3) представляет *теоретический* коэффициент эластичности, т.к. он выведен в предельной форме при условии непрерывности признаков при  $n \rightarrow \infty$  и в расчет не принимается вид аналитической функции выравнивания.

С учетом конкретного вида зависимости, например, линейной функции спроса  $y_j(x_i) = a_0 + a_1 x_i$ , где  $a_0, a_1$  – параметры уравнения парной регрессии, коэффициент эластичности равен:

$$\mathcal{E}_j^{(i)} = a_1 \frac{x_i}{a_0 + a_1 x_i}. \quad (10.4)$$

Величина коэффициента будет зависеть от среднедушевых доходов  $i$ -ой семьи или доходной группы.

**Пример:** построить функцию спроса по данным, выраженных в рублях, о ценах и объеме спроса на некоторый  $j$ -ый товар:

172	5110,8
146	8616,9
120	10968,5
115	14546,4
108	18006,4

Представление функции спроса в виде линейной зависимости имеет следующий вид:  $D = a_0 + a_1 \cdot C$ , где  $D$  –

спрос,  $C$  – цена. Методом наименьших квадратов находят-ся параметры  $a_0$  и  $a_1$ , уравнение статистически значимо.

$$D = 34896,145 - 177,355C$$

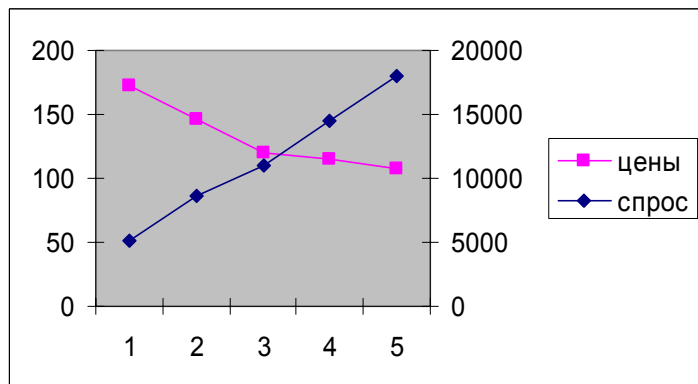


Рис.10.3.. Графики цены и спроса на двух осях.

Расчет теоретических коэффициентов эластичности для данного уравнения регрессии представлен в следующей таблице.

Таблица 10.2

$i := \overline{1, n}$	$x_i$	$y_j^{(i)}$	$y_j(x_i) = a_0 + a_1 x_i$	$\mathcal{E}_j^{(i)} = \frac{a_1 x_i}{a_0 + a_1 x_i}$
1	172	5110,8	4391,085	- 6,94
2	146	8616,9	9002,315	- 2,87
3	120	10968,5	13613,545	- 1,46
4	115	14546,4	14572,32	- 1,39

5	108	18006,4	15813,805	-1,21
---	-----	---------	-----------	-------

Спрос эластичен, т.к. коэффициенты эластичности по абсолютной величине превышают 1, график функции эластичности является возрастающей функцией, асимптотически приближается к оси абсцисс. Замедление в динамике функции связано с насыщением данным товаром.

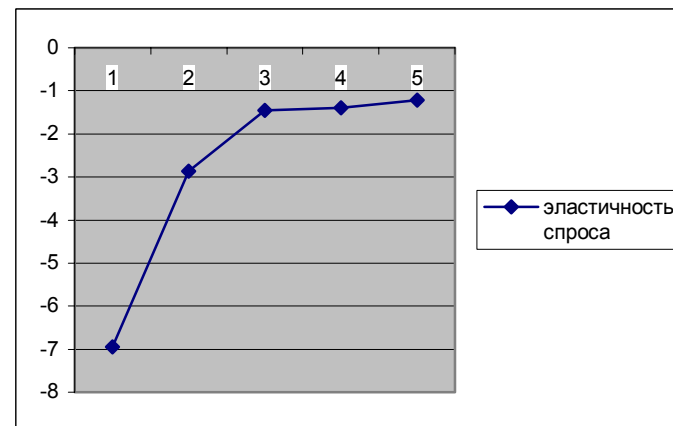


Рис.10.4. Эластичность спроса по цене

Аналогично можно найти коэффициенты эластичности при других видах аналитической зависимости спроса от независимых факторов.

### 10.3. Свойства коэффициентов эластичности и их экономическая интерпретация

Рассмотрим свойства коэффициентов эластичности на примере линейной функции спроса  $y_j(x_i) = a_0 + a_1 x_i$ , где  $y_j(x_i)$  - спрос в  $i$ -ой доходной группе на  $j$ -ый товар,  $x_i$  - фактор, влияющий на спрос,  $a_0, a_1$  - параметры уравнения парной регрессии, коэффициент эластичности равен в соответствии с формулой (10.3) равен:

$$\mathcal{E}_j^{(i)} = a_1 \frac{x_i}{a_0 + a_1 x_i}.$$

Охарактеризуем изменение коэффициента эластичности  $\mathcal{E}_j^{(i)}$  в зависимости от величины параметров  $a_0, a_1$ .

1. Если  $a_0 < 0, a_1 > 0$ , то коэффициент эластичности  $\mathcal{E}_j^{(i)} = a_1 \frac{x_i}{a_0 + a_1 x_i} > 1$ , т.е. темп прироста спроса на товар выше темпа роста фактора, следовательно, спрос в данном случае эластичен.

2. Если  $a_0 = 0, a_1 > 0$ , то коэффициент эластичности  $\mathcal{E}_j^{(i)} = a_1 \frac{x_i}{a_1 x_i} = 1$ , т.е. темп прироста спроса совпадает с темпом прироста фактора.

3. Если  $a_0 > 0, a_1 > 0$ , то в этом случае коэффициент эластичности  $\mathcal{E}_j^{(i)} = a_1 \frac{x_i}{a_0 + a_1 x_i} < 1$ . Темп прироста спроса отстает от темпа прироста признака-фактора, т.е. спрос в данном случае не эластичен.

4. Если  $a_0 > 0, a_1 = 0$ , то коэффициент эластичности  $\mathcal{E}_j^{(i)} = a_1 \frac{x_i}{a_0 + a_1 x_i} = 0$  и спрос не зависит от фактора.

5. Если  $a_0 > 0, a_1 < 0$ , то коэффициент эластичности  $\mathcal{E}_j^{(i)} = a_1 \frac{x_i}{a_0 + a_1 x_i} < 0$ . Спрос в данном случае падает с ростом признака-фактора.

6. Если  $a_0 \rightarrow +\infty, a_1 \in (-\infty, +\infty)$ , то коэффициент эластичности  $\mathcal{E}_j^{(i)} \rightarrow 0$ . Это значит, что сколь угодно малое изменение признака-фактора в сторону увеличения вызывает снижение спроса до 0, а уменьшение признака-фактора вызывает его увеличение до  $\infty$ .

Криволинейную функцию эластичности можно представить в виде кусочно-линейной. Коэффициент эластичности в любой точке будет касательной в этой точке.

#### 10.4. Анализ и прогнозирование потребительских бюджетов

На потребительский спрос влияет множество факторов, действие которых не является однонаправленным, поэтому категории "спрос" свойственны неустойчивость, изменчивость и известная динамичность. Потребительский спрос является типичным массовым явлением, в котором участвует значительное число однородных единиц (домохозяйств), поведение каждой из которых определяется множеством мотивов и причин, в том числе случайного характера.

Производственный спрос является более устойчивым по сравнению с потребительским ввиду большего масштаба хозяйствующих субъектов, предъявляющих спрос на предметы и средства труда. Однако и в потребительском спросе можно выделить сложившийся устойчивый спрос, но наряду с ним имеет место и альтернативный спрос, проявляющийся под действием рекламы и маркетинговых приемов.

Попытки планирования потребительского спроса связаны с проблемой его оценки. Платежеспособный спрос не отражает всей суммы потребностей, хотя является объективным показателем реальной способности приобрести товары и услуги по действующим рыночным ценам. Эти потребности можно прогнозировать и учитывать при организации производства или импорта, но эти оценки носят вероятностный, приближенный характер.

Потребности значительно шире, чем ограничивающий их платежеспособный спрос. Различие между потреблением и спросом не только количественное, но и качественное. В плановой экономике объем и структура общест-

венных и личных потребностей оценивались на основе расчета "научно обоснованных" и рациональных норм потребления.

Кроме цен и дохода, влияющих на объем и структуру спроса и потребления, также имеют значение социальные, демографические, природно-климатические, исторические и прочие факторы.

Структура потребления зависит от размера и половозрастного состава семьи, т.к. потребление взрослого человека существенно отличается от потребления ребенка, потребление городского жителя от потребления сельского жителя. Структура расходов различна для разных категорий населения, это отражает таблица 10.3.

Таблица 10.3

Структура бюджета прожиточного минимума по социально-демографическим группам в среднем по России, %

Элемент	На душу населения	Социально-демографическая группа			
		Трудоспособное население	Пенсионеры	Дети	
				0 – 6 лет	7 – 15 лет
Питание	68,3	61,6	82,9	74,5	73,4
Непродовольственные товары	19,1	21,4	10,0	18,9	19,8
Услуги	7,4	8,9	7,1	6,6	6,8
Налоги и другие платежи	5,2	8,1	-	-	
Всего	100	100	100	100	100

Использование коэффициентов эластичности позволяет обосновать несколько вариантов сбалансированных объемов и структур потребления разных групп населения. Каждый из вариантов будет соответствовать определенному состоянию потребительского рынка и сложившемуся уровню цен и доходов. Это один из возможных путей оптимизации ненасыщенного рынка, когда затруднен поиск товаров, способных заменить другой товар.

С точки зрения теории спроса почти каждый товар может быть заменен отчасти или полностью другим товаром-субститутом. Благодаря возникающему отсюда перемещению спроса с одного товара на другой, изменения в ценах по одним товарам передаются с разной степенью интенсивности на цены товаров, которые их заменяют. Таким образом, в условиях рынка все цены косвенно влияют друг на друга. При известных условиях цены на любое количество товаров могут рассматриваться как взаимно обуславливающие друг друга.

В многовариантном прогнозировании объема и структуры спроса и потребления достаточно часто используются разнообразные структурные модели, комплексные модели спроса, модели потребительских бюджетов.

Полезную информацию для построения моделей структуры спроса содержит дифференцированный баланс денежных доходов и расходов населения, который в качестве информации использует данные торговой и бюджетной статистики. При этом различают факторы, влияющие на динамику показателей спроса в денежном и натуральном выражении. Как известно, изменение конкретного уровня розничной цены без изменения общей суммы денежных средств, используемых населением для покупки того или иного товара, может существенно сказываться на количестве покупаемых натуральных единиц данного товара. Поэтому динамика спроса в денежном выражении в условиях скрытого и явного повышения цен не совпадает с динамикой спроса по натурально-вещественному составу.

Приведем подход, рассмотренный в учебном пособии (1). Функцию потребления товаров и платных услуг в натуральном количественном выражении можно записать как функцию, зависящую от  $M$  – ценовых факторов, например, всех цен и тарифов потребительской корзины:

$$q_j^{(i)} = f(p_1, p_2, \dots, p_m, x_i), i = 1, \bar{n}; j = 1, \bar{m}, \quad (10.5)$$

где  $q_j^{(i)}$  – физический объем потребления  $j$ -го товара или платной услуги по семье, принадлежащей  $i$ -ой доходной группе;  $p_j (j = 1, m)$  – цены и тарифы по каждому виду товаров и платных услуг ( $j = 1, m$ ) из всего множества предлагаемых платных благ  $m < M$ ;  $x_i$  – величина денежных доходов выборочной  $i$ -ой семьи.

Для нахождения коэффициента эластичности спроса на  $j$ -ый товар или услугу от дохода используем формулу теоретического коэффициента эластичности (10.3).

$$\mathcal{E}_j(x_i) = \frac{\partial f(p_1, p_2, \dots, p_m, x_i)}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{f(p_1, p_2, \dots, p_m, x_i)}.$$

Например, для уравнения, состоящего из комбинации степенных и показательной функций,

$$y_j(p_1, p_2, x_i) = a_0 p_1^{a_1} p_2^{a_2} \cdot e^{a_3 x_i}$$

коэффициент эластичности спроса от дохода, вычисленный по формуле (10.3), будет следующим:

$$\mathcal{E}_j(x_i) = a_3 x_i.$$

Бюджетное уравнение для семьи из  $i$ -ой доходной группы можно представить в виде балансового соотношения:

$$\sum_{j=1}^m q_j^{(i)} p_j = x_i; i = 1, \bar{n}, \quad (10.6)$$

которое означает, что в любой  $i$ -ой семье потребляется  $m$  благ, учитываемых в натуральных единицах, по действующим на данный момент ценам.

Равенство (10.6) исходит из полного совпадения расходов с доходами. Это является допущением, т.к. для

реальной семьи совпадения нет: либо имеет место сберегаемый остаток или специальная иммобилизация средств, либо осуществляются заимствования при недостатке собственных средств.

Если общий расход принять за 100%, то можно определить долю расходов на приобретение  $j$ -го товара или платной услуги. Эта доля будет равна:

$$z_j^{(i)} = \frac{q_j^{(i)} p_j}{x_i}; j = 1, m; i = 1, n,$$

где  $z_j^{(i)}$  – доля  $j$ -го вида расходов в общих расходах семьи с  $i$ -м уровнем доходов, рассчитывается по материалам выборочных бюджетных обследований.

Если продифференцировать правую и левую часть бюджетного уравнения (10.6) по доходу, не принимая в расчет изменения цен и тарифов, т.е. полагая  $p_j$  постоянным, то будет иметь место:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \sum_{j=1}^m q_j^{(i)} p_j \right] = \sum_{j=1}^m \frac{\partial (q_j^{(i)} p_j)}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^m \frac{\partial q_j^{(i)}}{\partial x_i} \cdot p_j = \frac{\partial x_i}{\partial x_i}. \quad (10.7)$$

В краткой записи

$$\sum_{j=1}^m \frac{\partial q_j^{(i)}}{\partial x_i} \cdot p_j = 1. \quad (10.8)$$

Для получения экономического содержания проводится преобразование, заключающееся в делении обеих частей равенства (10.8) на выражение  $\frac{q_j^{(i)}}{q_j^{(i)}} = \frac{x_i}{x_i}$ .

Получается

$$\sum_{j=1}^m \frac{\partial q_j^{(i)}}{\partial x_i} p_j \cdot \frac{q_j^{(i)}}{q_j^{(i)}} \cdot \frac{x_i}{x_i} = 1.$$

После перегруппировки сомножителей равенство принимает вид:

$$\sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial q_j^{(i)}}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{q_j^{(i)}} \right) \cdot \left( \frac{q_j^{(i)} p_j}{x_i} \right) = 1, \text{ что соответствует с уче-}$$

том выражений в скобках равенству:

$$\sum_{j=1}^m \mathcal{E}_j(x_i) \cdot z_j^{(i)} = 1. \quad (10.9)$$

Таким образом, сумма произведений всех коэффициентов эластичности от дохода  $x_i$   $i$ -ой семьи на стоимостные доли всех потребляемых товаров и услуг равна 1. Экономическое содержание равенства (10.9) состоит в том, что величина коэффициента эластичности спроса на товары и платные услуги от дохода регулируется в пределах одной семьи, а доли потребляемых благ полностью зависят от уровня дохода данной семьи.

**Таблица 10.4**

**Структура платежеспособного спроса в % по децилям**

Показатели	Группы									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Потребит. расходы в т. ч.:	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
на покупку прод. питания	67,98	65,76	62,70	60,99	58,96	57,28	53,22	49,94	51,39	40,26
на питание вне дома	1,04	0,84	1,32	1,24	1,06	0,98	0,96	1,90	0,65	0,58
на покупку алкогол. напитков	1,54	2,55	2,70	2,83	3,52	3,79	3,13	2,94	3,87	4,53
на покупку непрод. товаров	16,83	18,53	21,61	23,30	24,53	26,03	32,45	29,26	29,90	41,95
на оплату услуг	12,62	12,33	11,67	11,64	11,93	11,92	10,24	15,96	14,19	12,67

Процедура преобразований представляет агрегирование по Энгелю, изучавшего зависимости в изменениях спроса и предложения. Основной закономерностью, выявленной Энгелем, является снижение доли потребительских расходов на продукты питания в зависимости от роста дохода. Данные табл.10.4 по расходам на продукты питания подтверждают характер изменения.

Доля расходов на непродовольственные товары возрастает с ростом доходов, а доля расходов на платные услуги существенно не изменяется.

**10.5. Разработка ценовой стратегии с использованием коэффициентов эластичности**

При возникновении проблем с реализацией товаров принимается решение о снижении цен и продвижении остатков товаров для освобождения каналов товародвижения.

В подобных случаях исследуется реакция покупателей на снижение цен, а именно, какой дополнительный объем продаж вызовет определенное изменение цены. Реакция покупателей измеряется при помощи коэффициента эластичности спроса по цене, который для  $j$ -го товара рассчитывается следующим образом:

$$\mathcal{E}_j(p) = \frac{\Delta y_j(p_j)}{y_j(p_j)} \cdot \frac{p_j}{\Delta p_j},$$

где  $y_j(p_j)$  – спрос на  $j$ -ый товар при заданной цене  $p_j$ ;  $\Delta p_j$  - абсолютное изменение цены;  $\Delta y_j(p_j)$  – прирост спроса на товар при снижении цены на величину  $\Delta p_j$ .

Решается задача определения оптимального снижения цены при минимальных потерях продавца. Рассматривается статистическая игра, в которой один игрок - продавец, второй игрок – природа, т.е. реакция покупателей на изменение цены. Реакция покупателей измеряется эластич-

ностью спроса от цены, которая может принимать два состояния: низкая эластичность и высокая эластичность:

$\Omega = \{\theta_1, \theta_2\}$ , где  $\theta_1, \theta_2$  соответствуют низкой и высокой эластичности.

Функция потерь продавца  $L(\theta_j, c_i)$ ,  $c_i = \frac{\Delta p_j^i}{p_j}$  зависит

от затрат продавца на закупку товара ( $y_0 z$ ) и выручки от реализации дополнительного объема продаж за счет снижения цены.

$$L(\theta_j, c_i) = y_0 z - p_j^i \Delta y_j(p_j^i),$$

$$\Delta y_j(p_j^i) = \mathcal{E}_j^i p_j^i y_j(p_j^i) c_i.$$

С учетом условного распределения покупателей находится множество неслучайных функций, на основе которых находится оптимальное решение.

#### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

21. *Одинец В.П., Тарасевич В.М., Цацулин А.Н., Ахмедова Т.А.* Эластичность и ее использование в ценообразовании, анализе и прогнозировании спроса: Учебное пособие. – Л.: Изд-во ЛФЭИ, 1990. – 64 с.

22. *Светульников С.Г.* Модели спроса и предложения в пространстве цена-объем-доход. - М.: ИД ФБК ПРЕСС, 2003.

## СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....3

### Раздел I.

#### МЕТОДОЛОГИЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

ГЛАВА 1. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ.....5

1.1. Исходные понятия прогнозирования, его сущность, предмет и объект.....5

1.2. Типология прогнозов.....10

1.2. Основные принципы и функции прогнозирования.....13

Рекомендуемая литература.....19

ГЛАВА 2. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ.....20

2.1. Понятие метода прогнозирования.....20

2.2. Классификация методов прогнозирования.....23

2.3. Интуитивные методы прогнозирования.....26

2.4. Формализованные методы прогнозирования.....29

Рекомендуемая литература.....40

### Раздел II.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

ГЛАВА 3. КРИВЫЕ РОСТА.....41

3.1. Временной ряд и тренд.....41

3.2. Кривые роста и их свойства.....51

3.3. Выбор формы кривой.....58

Рекомендуемая литература.....64

ГЛАВА 4. ОСНОВЫ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

ИПРОГНОЗИРОВАНИЯ.....65

4.1. Функциональная и стохастическая зависимости.....65

4.2. Классификация видов регрессии.....67

4.3. Исходные предпосылки регрессионного анализа и свойства оценок.....71.

4.4. Метод наименьших квадратов и его оценки.....77

4.5. Прогнозирование на основе анализа одиночных временных рядов.....80

4.6. Прогнозирование на основе анализа связанных временных рядов.....	92
4.7. Многофакторные модели прогнозирования.....	109
Рекомендуемая литература.....	121
<b>ГЛАВА 5. ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ.....</b>	
5.1. Сущность и принципы эконометрического моделирования.....	122
5.2. Виды эконометрических моделей.....	127
5.3. Проблемы идентификации в эконометрических моделях.....	130
5.4. Оценивание параметров эконометрических моделей.....	132
5.5. Прогнозирование на основе эконометрической модели.....	135
Рекомендуемая литература.....	138
<b>ГЛАВА 6. ЭКСПЕРТНЫЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ.....</b>	
6.1. Интуитивное мышление и методы его усовершенствования.....	139
6.2. Сущность метода экспертных оценок и основные понятия.....	140
6.3. Измерение экспертной информации.....	144
6.4. Разработка обобщенного прогнозного решения и анализ его качества.....	148
Рекомендуемая литература.....	152

### **Раздел III.**

#### **ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

<b>ГЛАВА 7. ФИНАНСОВЫЕ РАСЧЕТЫ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ПО ИНВЕСТИЦИОННЫМ ПРОЕКТАМ....</b>	
7.1. Временная ценность денег.....	153
7.2. Понятие простого и сложного процента.....	155
7.3. Учет инфляции при принятии решений.....	158
7.4. Оценка инвестиционных процессов.....	159

Рекомендуемая литература.....	161
<b>Глава 8. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА.....</b>	
8.1. Понятие экономического роста, его типы.....	162
8.2. Производственные функции в анализе и прогнозировании экономического роста.....	165
8.3. Прогнозирование макроэкономических показателей производства и факторов роста.....	172
Рекомендуемая литература.....	174
<b>Глава 9. МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ МОДЕЛИ.....</b>	
9.1. Расширение системы макроэкономических показателей в СНС.....	175
9.2. Динамическая модель межотраслевого баланса.....	178
9.3. Пример имитационного расчета вектора валовых выпусков.....	182
Рекомендуемая литература.....	185
<b>Глава 10. АНАЛИЗ И ПРОГНОЗ СПРОСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭЛАСТИЧНОСТИ.....</b>	
10.1. Спрос как экономическая категория.....	186
10.2. Сущность коэффициентов эластичности и методы их расчета.....	191
10.3. Свойства коэффициентов эластичности и их экономическая интерпретация.....	196
10.4. Анализ и прогнозирование потребительских бюджетов.....	198
10.5. Разработка ценовой стратегии с использованием коэффициентов эластичности.....	204
Рекомендуемая литература.....	205
СОДЕРЖАНИЕ.....	206
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	209



ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица П.1

Значение *t*- критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10; 0,05; 0,01 (*df*- число степеней свободы)

<i>df</i> .	<i>p</i>			<i>df</i>	<i>p</i>		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,-860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7-33	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	∞	1,6449	1,9600	2,5758

Значение *F*-критерия Фишера

(*df*<sub>1</sub> – число степеней свободы для большей дисперсии;

<i>df</i> <sub>2</sub>	<i>df</i> <sub>1</sub>							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	161	200	216	225	230	234	237	239
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37
3	10,13	9,55	9,28	9,19	9,01	8,94	8,88	8,84
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,30
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,35	2,28
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,17	2,10
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01	1,94

Таблица П.2

при уровне значимости 0,05

 $df_2$  – число степеней свободы для меньшей дисперсии)

$df_1$								
9	10	11	12	14	16	20	30	$\infty$
241	242	243	244	245	246	248	250	254
19,38	19,39	19,40	19,41	19,42	19,43	19,44	19,46	19,50
8,81	8,78	8,76	8,74	8,71	8,69	8,66	8,62	8,53
6,00	5,96	5,93	5,91	5,87	5,84	5,80	5,74	5,63
4,78	4,74	4,70	4,68	4,64	4,60	4,56	4,50	4,36
4,10	4,06	4,03	4,00	3,96	3,92	3,87	3,81	3,67
3,68	3,63	3,60	3,57	3,52	3,49	3,44	3,38	3,23
3,39	3,34	3,31	3,28	3,23	3,20	3,15	3,08	2,93
3,18	3,13	3,10	3,07	3,02	2,98	2,93	2,86	2,71
3,02	2,97	2,94	2,91	2,86	2,82	2,77	2,70	2,54
2,90	2,86	2,82	2,79	2,74	2,70	2,65	2,57	2,40
2,80	2,76	2,72	2,69	2,64	2,60	2,54	2,46	2,30
2,72	2,67	2,63	2,60	2,55	2,51	2,46	2,38	2,21
2,65	2,60	2,56	2,53	2,48	2,44	2,39	2,31	2,13
2,59	2,55	2,51	2,48	2,43	2,39	2,33	2,25	2,07
2,54	2,49	2,45	2,42	2,37	2,33	2,28	2,20	2,01
2,50	2,45	2,41	2,38	2,33	2,29	2,23	2,15	1,96
2,46	2,41	2,37	2,34	2,29	2,25	2,19	2,11	1,92
2,43	2,38	2,34	2,31	2,26	2,21	2,15	2,07	1,88
2,40	2,35	2,31	2,28	2,23	2,18	2,12	2,04	1,84
2,37	2,32	2,28	2,25	2,20	2,15	2,09	2,00	1,81
2,35	2,30	2,26	2,23	2,18	2,13	2,07	1,98	1,78
2,32	2,28	2,24	2,20	2,14	2,10	2,04	1,96	1,76
2,30	2,26	2,22	2,18	2,13	2,09	2,02	1,94	1,73
2,28	2,24	2,20	2,16	2,11	2,06	2,00	1,92	1,71
2,27	2,22	2,18	2,15	2,10	2,05	1,99	1,90	1,69
2,25	2,20	2,16	2,13	2,08	2,03	1,97	1,88	1,67
2,24	2,19	2,15	2,12	2,06	2,02	1,96	1,87	1,65
2,22	2,18	2,14	2,10	2,05	2,00	1,94	1,85	1,64
2,21	2,16	2,12	2,09	2,04	1,99	1,93	1,84	1,62
2,12	2,07	2,04	2,00	1,95	1,90	1,84	1,74	1,51
2,07	2,02	1,98	1,95	1,90	1,85	1,78	1,69	1,44
2,04	1,99	1,95	1,92	1,86	1,81	1,75	1,65	1,39
1,97	1,92	1,88	1,85	1,79	1,75	1,68	1,57	1,28
1,88	1,83	1,79	1,75	1,69	1,64	1,57	1,46	1,00

Таблица П.3

Значение  $\chi^2$  – критерия Пирсона  
при уровне значимости 0,10; 0,05; 0,01

$df$	0,10	0,05	0,01	$df$	0,10	0,05	0,01
1	2,71	3,84	6,63	21	29,62	32,67	38,93
2	4,61	5,99	9,21	22	30,81	33,92	40,29
3	6,25	7,81	11,34	23	32,01	35,17	41,64
4	7,78	9,49	13,28	24	33,20	36,42	42,98
5	9,24	11,07	15,09	25	34,38	37,65	44,31
6	10,64	12,59	16,81	26	35,56	38,89	45,64
7	12,02	14,07	18,48	27	36,74	40,11	46,96
8	13,36	15,51	20,09	28	37,92	41,34	48,28
9	14,68	16,92	21,67	29	39,09	42,56	49,59
10	15,99	18,31	23,21	30	40,26	43,77	50,89
11	17,28	19,68	24,72	40	51,80	66,76	63,69
12	18,55	21,03	26,22	50	63,17	67,50	76,15
13	19,81	22,36	27,69	60	74,40	79,08	88,38
14	21,06	23,68	29,14	70	85,53	90,53	100,42
15	22,31	25,00	30,58	80	96,58	101,88	112,33
16	23,54	26,30	32,00	90	107,56	113,14	124,12
17	24,77	27,59	33,41	100	118,50	124,34	135,81
18	25,99	28,87	34,81				
19	27,20	30,14	36,19				
20	28,41	31,14	37,57				